1 Mathématiques

1.1 Remarques générales et conseils

Nous incitons les candidats à apprendre leur cours de mathématiques de première et de deuxième année en profondeur, de manière à maîtriser les notions et les théorèmes du programme. Nous leur conseillons également de s'entraîner intensivement au calcul, en particulier à la manipulation des inégalités.

Plusieurs erreurs relevées l'an dernier ont été commises de nouveau cette année.

Une **présentation soignée** (écriture nette, absence de ratures, résultats encadrés) dispose très favorablement le correcteur. Les correcteurs ont été étonnés par le manque de soin, beaucoup de copies ressemblent plus à un brouillon qu'à une épreuve de concours.

Les encres pâles sont encore fréquentes, et un nombre croissant de candidats a obligé les correcteurs à utiliser la loupe tant leur écriture est minuscule.

On recommande aux candidats d'employer une encre foncée, restant bien visible après numérisation. Le texte et les calculs sont souvent agrémentés de petites zones de texte coloré insérées avec des flèches par des candidats ne prenant pas la peine de rédiger une phrase pour justifier une assertion ou une expression.

Il est demandé de numéroter les copies de façon cohérente, les correcteurs n'aimant pas être confrontés à un jeu de piste.

Il est fortement conseillé d'aborder et de rédiger les questions dans l'ordre de l'énoncé.

On recommande de bien traiter une partie des questions plutôt que de produire un discours inconsistant pour chacune d'entre elles. Certaines copies obtiennent une note très faible en prétendant répondre à la quasi-totalité des questions. Nous rappelons que les questions « faciles » doivent être correctement rédigées pour être complètement prises en compte, surtout en début de problème.

La rédaction est un élément essentiel d'appréciation. Elle est en fait difficilement dissociable du fond. On attend notamment des candidats la vérification de l'existence des objets manipulés, une déclaration claire des objets utilisés, un maniement soigneux des inégalités (notamment distinction entre inégalité large et inégalité stricte). Chaque théorème utilisé doit être clairement et complètement énoncé.

La rédaction des preuves doit être courte et complète ; tous les arguments sont attendus.

Les tentatives de bluff n'apportent aucun point et préviennent très défavorablement le correcteur quant à l'ensemble de la copie.

Nous suggérons également aux candidats de se relire, de manière à éviter de laisser subsister dans leur travail des absurdités criantes (par exemple, des inégalités entre nombres complexes).

Nous soulignons également l'importance d'une lecture rigoureuse de l'énoncé, qui guide la réflexion et permet d'éviter certaines erreurs.

Les copies doivent être rédigées en Français. Les paragraphes doivent commencer à gauche de la page et non au milieu, les phrases doivent commencer par une majuscule et se terminer par un point. Quant aux connecteurs logiques $\Leftrightarrow$ et $\Rightarrow$, ce ne sont pas des marques d'inférence et ils ne doivent donc pas remplacer « donc », « ainsi », « c'est pourquoi », etc.

Les abréviations sont pléthore, au point de rendre la lecture parfois difficile en raison de l'ambiguïté qui peut en résulter : comment savoir que ISMQ signifie « il suffit de montrer que » ?

L'orthographe et la syntaxe sont souvent défectueuses ; des démonstrations par l'absurde se terminent par « donc impossible ».

Trop régulièrement les candidats redéfinissent sur leur copie les objets déjà définis par l'énoncé (par exemple ils écrivent « Soit $A = \dots$ » à la première question). Inversement, trop de candidats ne prennent pas la peine d'introduire leurs propres notations.

Beaucoup de symboles mathématiques sont utilisés comme abréviations, et certains candidats utilisent des abréviations surprenantes (dc, sq, dz, sars, ...) potentiellement inconnues du correcteur. Attention aux notations non définies dans le programme et potentiellement ambigües : par exemple, utiliser $\sim$ pour désigner la similitude entre matrices est porteur de confusion avec l'équivalence entre matrices, et la signification de cette notation doit donc être précisée dans la copie dès sa première utilisation.

1.5 Mathématiques 2 - filière PC

1.5.1 Généralités et présentation du sujet

Le sujet portait sur l'étude des séries congruo-harmoniques, avec des calculs sur leurs sommes et une estimation de leur vitesse de convergence dans la partie finale.
La difficulté était progressive, avec des questions très proches du cours et d'autres qui demandaient plus d'autonomie sur les calculs et raisonnements.
Au fil des cinq parties, on croisait plusieurs thèmes classiques du programme de PCSI/PC. On y trouvait ainsi des séries numériques, des intégrales sur un segment, des intégrales à paramètre, des nombres complexes, de l'analyse asymptotique et des probabilités discrètes. D'autres thèmes, qui sont moins au coeur du programme de la filière, comme la décomposition en éléments simples, ont été moins abordés par les candidats. Cependant, la diversité des notions manipulées leur a permis de ne pas rester bloqués sur des questions qui les inspiraient moins, et de montrer leurs connaissances et compétences issues de nombreux chapitres vus au cours de leur formation.

Une analyse détaillée des questions est présentée dans l'annexe D.

1.5.2 Conseils aux candidats

Afin d'aider les candidats des futures sessions à obtenir les meilleurs résultats possibles, voici quelques conseils :

- Bien connaître son cours (les hypothèses précises des théorèmes et les définitions des notions du programme sont bien souvent les clés pour obtenir les points de nombreuses questions ainsi qu'une note tout à fait satisfaisante)
- Lire l'intégralité du sujet au début de l'épreuve pour repérer sa longueur, les différentes parties, leur articulation et leurs thèmes respectifs, afin de mieux organiser son temps de composition.
- Éviter toute tentative de « bluff » car elle sera immédiatement sanctionnée et ne pourra qu'irriter le correcteur et le mener à arbitrer défavorablement les questionnements qui pourraient apparaître dans la suite de la copie.
- Utiliser un brouillon pour les calculs les plus délicats et ne recopier que les étapes principales, en les justifiant soigneusement, plutôt que d'écrire des successions d'égalités parfois peu lisibles et souvent raturées. Une rédaction efficace et argumentée est plus souvent à l'origine de la totalité des points qu'une déambulation longue et absconse.
- Chercher la simplicité. Ainsi, il est préférable d'éviter d'utiliser de lourds théorèmes d'interversion, souvent sources de temps perdu et d'erreurs, pour montrer qu'une intégrale tend vers zéro lorsqu'une simple majoration suffit, ou pour intervertir somme finie et intégrale.

Enfin, le jury souhaite bonne chance aux futurs candidats.

1.6 Mathématiques 1 - filière PSI

1.6.1 Généralités et présentation du sujet

Le but du problème est d'étudier des conditions pour qu'une matrice A soit semblable à son inverse et de démontrer en particulier le résultat suivant :

D Mathématiques 2 PC

Q1 - Q2 - Questions réussies par la plupart des candidats, même s'il manquait parfois l'une des hypothèses du théorème spécial, ce qui invalidait son application.

Q3 - Dans cette question, ainsi que la Q6., le jury a été exaspéré par un recours quasiment systématique à des théorèmes sophistiqués alors qu'une majoration immédiate permettait de conclure. De plus, si on pouvait effectivement appliquer un théorème de convergence dominée, en revanche, les arguments de convergence uniforme, ou le cours sur les séries entières, ne permettaient pas ici de justifier l'interversion limite-intégrale.

Q4 - Il s'agissait d'un simple réindiçage dans le reste de la série convergente, en séparant ensuite la somme totale de la somme partielle. Les candidats qui n'ont pas trouvé la bonne justification se sont souvent perdus dans les calculs avec des intégrales alors qu'il fallait rester sur des manipulations de sommes.

Q5 - Il fallait appliquer le théorème de continuité des fonctions définies par une intégrale à paramètre, en prenant garde à ne pas confondre les variables. La majoration par la fonction constante égale à 1 suffisait au moment de la domination. Attention cependant à bien mentionner l'intégrabilité de la fonction dominante sur l'intervalle, par exemple par continuité de celle-ci sur le segment.

Q6 - Ici encore, une simple majoration suffisait alors que la majorité des copies utilisaient un théorème de convergence dominée, ce qui a parfois entraîné des erreurs.

Q9 - Question bien réussie dans la majorité des copies. On pouvait indifféremment utiliser l'expression intégrale et primitiver ou exprimer la somme en fonction de $S_{1,1}$ et utiliser la question 3.

Q10 - Question assez bien réussie par les candidats qui l'ont abordée. Il s'agissait d'opérer un changement d'indice ou de réemployer la question 4. À noter cependant, quelques rédactions inutilement longues et compliquées, avec, parfois, des tentatives d'interversions limites/intégrales rarement bien justifiées, ainsi que des puissances non entières de (-1).

Q11 - Cette question, ainsi que les suivantes, ont été moins abordées par les candidats peu à l'aise avec les calculs sur les nombres complexes et les fonctions rationnelles. Beaucoup ont préféré poursuivre à partir de la question 16 ou de la question 17 portant sur les probabilités.

Q12 - Il fallait réduire au même dénominateur la somme des deux termes correspondant aux pôles conjugués. Les étudiants ayant les bonnes valeurs pour θ_k ont en général abouti.

Q13 - Question assez peu réussie. Si beaucoup de candidats ont l'idée d'essayer de factoriser par une méthode de l'arc moitié, les calculs comportent souvent des confusions et des erreurs.

Q14 - Question de calcul, où il fallait séparer puis regrouper différents termes, avant de réinvestir le résultat de la question 14 en distinguant les cas.

Q15 - Application de la formule précédente dans deux cas particuliers simples. Cette question a été réussie par la majorité des candidats malgré quelques erreurs de calculs.

Q16 - Le jury attendait deux arguments : que l'union des ensembles corresponde à E_n et que leurs intersections deux à deux soient vides.

Q17 - Il s'agissait de calculer deux probabilités par des dénombrements. La première a été plus fréquemment réussie. Il est à noter que certains calculs, même s'ils conduisent au bon résultat, sont invraisemblablement longs.

Q18 - L'essentiel de cette question consistait à bien expliquer le nombre de multiples de p différents de p entre 1 et n. Parfois, seule la dernière partie de la question était traitée en utilisant l'incompatibilité de A_n et B_n.

Q19 - Application classique de la méthode de comparaison série/intégrale. Pour rappel, il n'y a plus le

théorème éponyme dans le programme, et il fallait bien dérouler les encadrements, en mentionnant par exemple la décroissance de la fonction inverse, ou en l'expliquant d'un schéma. Si la méthode semble identifiée par les candidats, sa mise en place se révèle souvent laborieuse, avec beaucoup d'erreurs dans les inégalités successives et leurs sommations. Cela a même entraîné des encadrements clairement impossibles comme $\ln(n+1) \leqslant H_n \leqslant \ln(n)$, sans que les candidats ne s'en émeuvent.
On pouvait aussi utiliser le lien entre suite et série à partir d'un équivalent de $u_{n+1} - u_n$, où

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n).$$

Attention, affirmer que $\ln(n+1)$ est équivalent en l'infini à $\ln(n)$ sans le justifier par une factorisation dans le logarithme, sera considéré comme une composition d'équivalent et sanctionné.

Q20 - Donner un équivalent de $\lfloor \frac{n}{p} \rfloor$ lorsque n tend vers l'infini, sans le prouver par un encadrement provenant de la définition de la partie entière, est considéré comme une affirmation non justifiée. Le jury attendait une somme sur de telles inégalités pour encadrer précisément $P(A_n \cup B_n)$. Bien penser à dire que $\frac{1}{n}$ est négligeable devant $\frac{H_n}{n}$ ou $\frac{\ln(n)}{n}$ pour en déduire l'équivalent final.

Q21 - Application directe des résultats des questions 18 et 21, et de l'incompatibilité des événements, en général assez bien traitée par les candidats arrivés jusque là. Le jury a cependant remarqué des confusions entre équivalents et limites, dans cette question comme dans la précédente, avec des sommes d'équivalents ou des limites qui contiennent encore n. Il était également appréciable d'éviter de conclure sur des probabilités fantaisistes comme 2 ou $+\infty$...

RETOUR