

# 1 Mathématiques

## 1.1 Remarques générales et conseils

Nous incitons les candidats à apprendre leur cours de mathématiques de première et de deuxième année en profondeur, de manière à maîtriser les notions et les théorèmes du programme. Nous leur conseillons également de s'entraîner intensivement au calcul, en particulier à la manipulation des inégalités.

Plusieurs erreurs relevées l'an dernier ont été commises de nouveau cette année.

Une **présentation soignée** (écriture nette, absence de ratures, résultats encadrés) dispose très favorablement le correcteur. Les correcteurs ont été étonnés par le manque de soin, beaucoup de copies ressemblent plus à un brouillon qu'à une épreuve de concours.

Les encres pâles sont encore fréquentes, et un nombre croissant de candidats a obligé les correcteurs à utiliser la loupe tant leur écriture est minuscule.

On recommande aux candidats d'employer une encre foncée, restant bien visible après numérisation. Le texte et les calculs sont souvent agrémentés de petites zones de texte coloré insérées avec des flèches par des candidats ne prenant pas la peine de rédiger une phrase pour justifier une assertion ou une expression.

Il est demandé de numérotter les copies de façon cohérente, les correcteurs n'aimant pas être confrontés à un jeu de piste.

Il est fortement conseillé d'aborder et de rédiger les questions dans l'ordre de l'énoncé.

On recommande de bien traiter une partie des questions plutôt que de produire un discours inconsistant pour chacune d'entre elles. Certaines copies obtiennent une note très faible en prétendant répondre à la quasi-totalité des questions. Nous rappelons que les questions « faciles » doivent être correctement rédigées pour être complètement prises en compte, surtout en début de problème.

La rédaction est un élément essentiel d'appréciation. Elle est en fait difficilement dissociable du fond. On attend notamment des candidats la vérification de l'existence des objets manipulés, une déclaration claire des objets utilisés, un maniement soigneux des inégalités (notamment distinction entre inégalité large et inégalité stricte). Chaque théorème utilisé doit être clairement et complètement énoncé.

La rédaction des preuves doit être courte et complète ; tous les arguments sont attendus.

Les tentatives de bluff n'apportent aucun point et préviennent très défavorablement le correcteur quant à l'ensemble de la copie.

Nous suggérons également aux candidats de se relire, de manière à éviter de laisser subsister dans leur travail des absurdités criantes (par exemple, des inégalités entre nombres complexes).

Nous soulignons également l'importance d'une lecture rigoureuse de l'énoncé, qui guide la réflexion et permet d'éviter certaines erreurs.

Les copies doivent être rédigées en Français. Les paragraphes doivent commencer à gauche de la page et non au milieu, les phrases doivent commencer par une majuscule et se terminer par un point. Quant aux connecteurs logiques  $\Leftrightarrow$  et  $\Rightarrow$ , ce ne sont pas des marques d'inférence et ils ne doivent donc pas remplacer « donc », « ainsi », « c'est pourquoi », etc.

Les abréviations sont pléthore, au point de rendre la lecture parfois difficile en raison de l'ambiguïté qui peut en résulter : comment savoir que ISMQ signifie « il suffit de montrer que » ?

L'orthographe et la syntaxe sont souvent défectueuses ; des démonstrations par l'absurde se terminent par « donc impossible ».

Trop régulièrement les candidats redéfinissent sur leur copie les objets déjà définis par l'énoncé (par exemple ils écrivent « Soit  $A = \dots$  » à la première question). Inversement, trop de candidats ne

prennent pas la peine d'introduire leurs propres notations.

Beaucoup de symboles mathématiques sont utilisés comme abréviations, et certains candidats utilisent des abréviations surprenantes (dc, sq, dz, sars, ...) potentiellement inconnues du correcteur. Attention aux notations non définies dans le programme et potentiellement ambiguës : par exemple, utiliser  $\sim$  pour désigner la similitude entre matrices est porteur de confusion avec l'équivalence entre matrices, et la signification de cette notation doit donc être précisée dans la copie dès sa première utilisation.

### 1.3.3 Conseils aux futurs candidats

Le jury a eu la désagréable surprise de voir que les candidats, dans une grande majorité, ne ressentaient pas le besoin de justifier quand ils appliquaient un théorème. Tout d'abord, tout résultat doit être justifié, et il faut vérifier que les hypothèses sont vérifiées avant d'appliquer un théorème. En résumé, pour les prochaines années, le jury attend surtout des efforts de la part des candidats pour que leurs copies soient lisibles et agréables à parcourir, pour améliorer la justesse des propos et la rigueur de leurs argumentations. Cela nécessitera inévitablement une bonne connaissance du cours, des techniques et compétences exigibles, dans le cadre des programmes.

## 1.4 Mathématiques 1 - filière PC

### 1.4.1 Présentation du sujet

Le problème propose de montrer dans  $\mathbf{C}$ , le résultat de Djokovic (D.Z. DJOKOVIC, *Product of two involutions*, Arch.Math. (18), pp.582-584, 1967) qui affirme qu'une matrice est semblable à son inverse si et seulement si elle se factorise en produit de deux involutions. Le problème s'articule en 5 parties. La première partie aborde la notion de polynôme réciproque et s'intéresse aux propriétés des racines d'un polynôme réciproque ou antiréciproque dans  $\mathbf{C}[X]$ . La deuxième partie permet de caractériser les matrices diagonalisables de  $\mathcal{M}_n(\mathbf{C})$  semblables à leur inverse. La troisième s'intéresse à des produits de symétrie et est utilisée dans les parties IV et V afin d'arriver au résultat final, en passant par l'étude des blocs de Jordan d'une matrice. La décomposition de Jordan d'une matrice est admise à cette fin au début de la partie V afin d'arriver au résultat.

Une analyse détaillée des questions est présentée dans [l'annexe C](#).

### 1.4.2 Commentaires généraux

L'énoncé, très progressif, a permis aux candidats d'avancer assez significativement dans le sujet. Les meilleurs candidats ont bien compris l'articulation du problème et ont abordé la totalité des questions, sans toutefois traiter correctement l'ensemble. Malheureusement, certaines copies ont mis en évidence de grosses lacunes en algèbre linéaire. On a observé un bon étalonnage des notes et l'épreuve a parfaitement joué son rôle pour classer les candidats.

### 1.4.3 Conseils aux futurs candidats

Nous incitons les candidats à travailler la rigueur de l'argumentation et à ne pas se satisfaire de raisonnements confus. Nous rappelons également qu'il est important de citer précisément les numéros des questions utilisées lorsque le candidat utilise un résultat montré précédemment. Beaucoup de candidats oublient que leur copie sera lue. Il faut présenter avec un minimum de soin. Une copie illisible ou trop raturée est pénalisée. Il faut écrire lisiblement, séparer les arguments utilisés et surtout ne pas tenter de tromper le correcteur par des raisonnements peu clairs ou des calculs manifestement faux.

## C Mathématiques 1 PC

**Q1** - Il s'agit d'une question facile et en général bien traitée.

**Q2** - De nombreux candidats ont eu du mal à démontrer que les  $\lambda_i$  étaient non nuls, mais heureusement certains ont réussi à l'aide d'un argument portant sur le degré ou en utilisant la première question avec  $a_0 = a_p$ .

**Q3** - Cette question a été en général bien traitée.

**Q4** - Beaucoup de candidats ont vu l'idée, mais peu ont bien résolu la question. Certains candidats ont pensé que les seules racines possibles étaient 1 et -1 et d'autres n'ont pas pensé qu'il fallait les traiter à part dans les regroupements par paires.

**Q5** - Question peu traitée.

**Q6** - En général, cette question a été bien résolue, mais certaines copies témoignent d'une méconnaissance du cours sur le déterminant. Une proportion non négligeable de candidats ne font pas la différence entre  $(-x)^n$  et  $-x^n$ .

**Q7** - Il fallait mettre en évidence l'argument "A et  $A^{-1}$  sont semblables, donc elles ont le même polynôme caractéristique. Certains candidats se permettent de remplacer  $\chi_{A^{-1}}$  par  $\chi_A$  sans justification, ce qui a été sanctionné.

**Q8** - On a trouvé beaucoup de solutions confuses.

**Q9** - Parfois des erreurs de calculs. Certains candidats ont pensé que la matrice B était diagonale. Un argument était attendu pour conclure que B et  $B^{-1}$  n'étaient pas semblables.

**Q10** - Question généralement bien traitée, mais quelques erreurs graves comme :

- confusion entre matrices de symétrie et matrices symétriques,
- deux matrices ne commutent pas forcément,
- deux matrices qui ont même déterminant ne sont pas forcément semblables.

**Q11** - Question simple mais ouverte qui a été globalement mal traitée.

**Q12** - Question en général bien faite.

**Q13** - Cette question n'a pas été traitée souvent.

**Q14** - Question classique mais discriminante.

**Q15** - Il ne suffisait pas de dire que la matrice était triangulaire supérieure pour justifier son inversibilité.

**Q16** - Question très peu abordée.

**Q17** - Assez bien traitée, mais des erreurs.

**Q18** - Le jury attendait une justification soignée.

**Q19** - Question peu ou mal traitée.

**Q20** - En général bien traitée par les candidats qui ont réussi à avancer jusqu'à la partie V.

**Q21** - Question de synthèse peu abordée, sauf dans les meilleures copies.

[!\[\]\(8b0a097b4b9c9c3eeaea0f4289ea77e5\_img.jpg\) RETOUR](#)