

## 1/ THÈME DE L'ÉPREUVE

Ce sujet proposait un premier exercice sur la notion de connexité par arcs, permettant de visualiser sur un dessin (autorisé par le sujet) cette notion.

Ensuite, un deuxième exercice demandait au candidat de rechercher le minimum global d'une fonction polynomiale à deux variables par deux méthodes différentes : d'une part en recherchant le point critique et en utilisant la matrice Hessienne et d'autre part, en utilisant la notion de projeté orthogonal sur un espace de dimension finie.

Enfin, un problème assez classique permettait de démontrer le théorème de comparaison série-intégrale, de l'utiliser sur des exemples, notamment pour aboutir à la non convergence uniforme d'une série de fonctions. Il se terminait par l'étude de contre-exemples.

## 2/ REMARQUES GÉNÉRALES

C'est un sujet qui a permis de bien classer les candidats, l'écart-type de 4.56 est important, la moyenne est à 10.17/20. On rencontre tous types de notes.

Ce sujet a évalué les candidats efficacement car les questions faisaient appel à des compétences assez diverses :

- certaines questions étaient très accessibles (sans surprise Q5 et Q6, également Q9b, mais aussi les parties “calculatoires” de Q2a et Q2b, et Q10c, etc.), fournissant facilement des points aux candidats assez fragiles ;
- certaines questions, sans grande difficulté mais plutôt calculatoires, notamment dans l'exercice 2, ont permis d'évaluer la rigueur dans les calculs ;
- des questions assez “classiques”, notamment Q7 et Q8a, focalisant sur des concepts essentiels d'analyse (séries et intégrales généralisés) et demandant (surtout pour Q7) de mener des raisonnements assez simples mais “abstraits” : celles-ci ont permis de révéler des lacunes sur ces deux chapitres (voire sur les suites numériques) et d'évaluer, plus qu'ailleurs, les capacités de rédaction ;
- et des questions plus originales (fin de Q2b, Q12) demandaient un peu d'esprit d'initiative, mais sans être réservées aux meilleurs candidats.

Le texte de l'épreuve était clair, aucune question ne présentait de grosses difficultés.

Ce type de sujet doit récompenser les candidats qui auront travaillé leur cours et refait des exercices dits « classiques ».

L'avantage d'un tel sujet est de pouvoir mieux tenir compte de la rigueur et, pour certaines questions, n'attribuer les points que si la réponse est parfaite. Ainsi, on peut constater que sur une telle épreuve, peu de candidats ont obtenu la note de 20/20.

La tenue des copies est en général correcte. Cette année, les correcteurs étaient invités à porter une attention toute particulière au soin et à la présentation. Par exemple, une copie dont les résultats sont soulignés ou encadrés est plus agréable. Malheureusement, il existe quelques copies peu lisibles. On ne peut qu'insister une nouvelle fois sur le soin que le futur ingénieur doit apporter à son travail.

### 3/ REMARQUES DÉTAILLÉES PAR QUESTION

#### EXERCICE I

**Q1.** Beaucoup se sont contentés d'indiquer que  $f'$  était continue.

**Q2a.** La dérivabilité en 0 n'est pas toujours bien démontrée. Le calcul de  $f'(t)$  a été mieux réussi.

**Q2b.** L'inégalité est généralement bien traitée. La boule pour la norme 2 semble inconnue de bons nombres de candidats.

La non-connexité par arcs n'est pas toujours bien expliquée et le dessin est souvent peu explicite.

#### EXERCICE II

**Q3.** Beaucoup de candidats ne pensent pas à utiliser le déterminant et la trace pour déterminer le signe des valeurs propres. Beaucoup d'erreurs de calcul dans cette question.

**Q4.** Peu d'étudiants arrivent à obtenir les coordonnées du vecteur  $b$ . Et, si tel est le cas, peu arrivent à retrouver la valeur du minimum obtenu en question précédente. Plus problématique, certains candidats obtiennent une valeur de minimum différente de la question 3 et ne semblent pas plus inquiets que cela.

#### PROBLÈME

##### Partie I

**Q5. et Q6** La comparaison série intégrale est bien réalisée par la quasi-totalité des candidats. Attention néanmoins aux équivalences qui n'ont pas lieu d'être.

**Q7.** La question de cours est mal traitée, des passages à la limite non justifiés sont très souvent mis en place. Les étudiants oublient très souvent l'argument de monotonie et se contentent de borner une limite qui, selon eux, existe forcément.

**Q8.** Pour l'étude du cas particulier de la série de Bertrand, beaucoup de candidats omettent de préciser le cas alpha différent de 1, ce qui les amènent naturellement à diviser par 0 sans même s'en rendre compte. Ceci a été fortement sanctionné. Beaucoup de candidats envisagent une intégration par partie, inutile *a priori* puisqu'on peut extraire naturellement une primitive usuelle.

**Q9a.** De nombreux candidats pensent à utiliser la question Q7.2, mais peu détaillent le lien entre  $(T_n)$  et la suite de la question 7.2.

**Q9b.** Le développement asymptotique est souvent correctement justifié. En revanche, l'équivalent est rarement justifié.

**Q10.** Cette question a été mal traitée. De nombreux candidats concluent à tort à la convergence normale de la série.

Beaucoup de candidats montrent que la série converge normalement sur tout compact et en déduisent la convergence normale sur tout l'espace.

## Partie II

**Q11a.** Taux de réussite assez bas dans le calcul de l'intégrale. Ça ne dérange pas les candidats de trouver 0 (manque d'esprit critique). Certains 'primitivent' avec la valeur absolue.

**Q11b.** Trop d'étudiants concluent que  $f$  étant non intégrable, nécessairement la série ne converge pas.

**Q12.** Question globalement bien traitée. Quelques candidats ne comprennent pas le principe du contre-exemple et utilisent les résultats de la Partie I pour conclure.

## 4/ CONCLUSION

L'attention des candidats est attirée par le fait que les sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- l'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base,
- les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur,
- l'aptitude à savoir manipuler sa calculatrice.
- le soin apporté à la présentation de son travail.

Voici quelques conseils pour les futurs candidats :

1. Éviter d'essayer « d'escroquer » les correcteurs en « trafiquant les calculs » ; ceci indispose fortement le correcteur.
2. Chaque hypothèse d'une question doit être utilisée et le candidat doit écrire sur sa copie à quel moment cette hypothèse est utile.
3. Certaines réponses peuvent tenir en une ou deux lignes.
4. Citer TOUS les théorèmes utilisés et rappeler sur le moment toutes les hypothèses utiles, même si elles figurent quelques lignes plus haut ou à la question précédente.

5. Numéroter les copies et les rendre dans le bon ordre.
6. Commencer l'épreuve par une lecture « diagonale » du sujet ; vous pourrez ainsi mieux vous imprégner du texte.
7. C'est perdre son temps que de recopier l'énoncé avant chaque réponse.
8. Prendre le temps de bien comprendre la question avant de répondre.
9. Soigner la présentation.
10. Éviter, dans une démonstration, d'utiliser le résultat qui doit être prouvé.