

Banque PC inter-ENS / X / ESPCI – Session 2024

Rapport du jury sur l'épreuve de physique C

Lionel Foret, Gabriel Hétet, Félix Werner

Épreuve de 6h, spécifique à l'ENS de Paris, option physique.

Coefficient : 41% du total d'admissibilité, 6% du total d'admission.

Descriptif du sujet

Le sujet comporte quatre parties. Le cœur du sujet porte deux systèmes de particules en interaction :

- N particules interagissant par une force répulsive en $1/r^3$ (partie 3),
- un fluide particulier (appelé « gaz unitaire ») dont on étudie les propriétés macroscopiques en utilisant la thermodynamique, la statique des fluides, et la dynamique des fluides (partie 4).

On montre que ces deux systèmes ont des propriétés remarquables (liées à leur invariance d'échelle, ce lien n'apparaissant pas explicitement dans le cadre du sujet). Notamment, quand ils sont placés dans un potentiel harmonique, ils oscillent indéfiniment (tandis que pour un système usuel, les oscillations s'amortiraient, conduisant à un état d'équilibre). Alors que le système étudié en partie 3 n'a pas à ce jour de réalisation expérimentale, la partie 4 est reliée à des expériences actuelles avec des gaz froids. La partie 1 concerne la réalisation d'un piège optique pouvant servir dans ces expériences. La partie 2 concerne un problème à une particule exactement soluble, dont l'étude est utile pour la suite du sujet.

Commentaires sur le niveau des copies

La moyenne est de 9,73 avec un écart-type de 3,19. La note la plus haute est 20 et la plus basse est 3,5. Une transformation affine a été appliquée aux notes brutes afin que la moyenne et l'écart-type des 50% meilleures copies soit identique à celles de l'épreuve de chimie B (qui concerne l'option chimie). 541 copies ont été rendues. Ce nombre est supérieur à ceux des sessions 2023 (519 copies), 2022 (487), et 2021 (359). Le niveau des 20 à 30% meilleures copies est satisfaisant.

Une partie importante des candidats commettent des erreurs élémentaires dès que le complexité des calculs augmente un peu (voir par exemple les remarques spécifiques ci-dessous sur les questions Q3, Q5a, Q15, Q16, Q18). En outre, une fraction minoritaire mais non-négligeable des candidats échouent même aux questions simples, pour peu qu'elles soient posées d'un façon légèrement non-standard. Du côté positif, les questions qualitatives sur les propriétés extraordinaires ont été plutôt bien traitées (Q19, Q41), et certaines difficultés techniques ont été surmontées par une fraction non-négligeable des candidats (par ex. la Q43). Le jury a eu le plaisir de corriger de très bonnes copies. Même parmi certaines des meilleures copies, on rencontre des fautes d'étourderie qui auraient pu être évitées au prix d'un effort minime. Plus généralement, il nous semble que la majorité des candidats aurait obtenu plus de points en allant moins vite et en étant plus soigneux et attentif. À l'inverse, une minorité de candidats a rendu une copie très soignée mais traitant un nombre de questions comparativement faible.

Remarques générales

- La justification des réponses est un élément important dans la notation. Les justifications n'ont pas besoin d'être longues, et peuvent souvent se limiter à quelques mots. Pour les questions

dont le résultat est une équation, écrire les calculs intermédiaires est souvent indispensable pour justifier ce résultat. Une absence de justification est sanctionnée (de la même façon pour tous les candidats, y compris les meilleures copies).

- Les questions qualitatives, ainsi que les tracés de courbes et les applications numériques, sont valorisées dans le barème. Il est dommage de ne pas les traiter, ou de répondre sans accorder un minimum de soin à ces questions.
- Il est particulièrement dommage de perdre des points parce-que l'on a oublié de répondre à la totalité d'une question, ou parce-que l'on a pas lu attentivement la question.
- Les réponses incompréhensibles ou illisibles sont considérées comme fausses.

Remarques spécifiques

Les pourcentages indiqués sont relatifs au nombre total de candidats, sauf mention contraire. Nous n'avons pas gardé trace de la fraction de candidats ayant traité chaque question. Cette fraction décroît rapidement à partir de la Q44b.

Partie 1

- Q1 : Plus de 15% des candidats ont échoué à cette question. Typiquement, ces candidats écrivaient correctement les résultats finaux à Q1a et Q1b, mais sans réelle justification ou avec une justification incorrecte. De trop nombreux candidats commencent par écrire la conservation de l'énergie (peut-être parce-que l'énoncé donne l'expression de U et pas directement de \vec{F}), en commettant l'erreur flagrante de remplacer v^2 par \dot{r}^2 dans l'énergie cinétique, puis dérivent par rapport au temps. Ils arrivent ainsi à l'équation incorrecte $m \ddot{r} + k r = 0$, puis écrivent le résultat correct $m \ddot{\vec{r}} + k \vec{r} = \vec{0}$.
- Q2 : Le sens de propagation et l'axe de polarisation sont indiqués correctement dans 84% et 74% des copies respectivement.
- Q3 : Pour chaque composante du champ électrique, il fallait effectuer trois opérations élémentaires : (1) élever au carré le préfacteur \mathcal{E} , (2) élever au carré la gaussienne, (3) élever au carré le cosinus et le remplacer par 1/2 après moyenne temporelle. 32% des candidats ont obtenu un résultat incorrect, typiquement parce-que qu'ils ont voulu effectuer ces trois opérations simultanément, et en ont oublié une.
- Q5a : Seulement 61% de bonnes réponses à cette application numérique (indépendante des questions 3 et 4).
- Q5b : Plutôt qu'une estimation d'ordre de grandeur, on attendait le calcul (tout aussi simple) de la valeur maximale de $r(t)$, ce qui a été fait correctement par 30% des candidats.
- Q6 : Les interférences ont été citée dans 37% des copies. L'utilisation de faisceaux de fréquences différentes a été proposée dans 17% des copies. De nombreux candidats ont proposé d'utiliser des polariseurs, ce qui ne répondait pas à la question posée [« Dans toute cette question, on considère une situation où les polarisations des faisceaux ne sont pas parfaitement contrôlées (...) »].

Partie 2

- Q7 : 11% des copies ont commis une erreur dans ce calcul de dérivée élémentaire.

- Q8-9-10 : 76% des candidats sont parvenus au résultat correct à la Q8 (à savoir $m \ddot{y} = 4 E - 4 k g$). Parmi ceux-ci, 78% ont correctement résolu l'équation différentielle (soit un taux de réussite de 59% à la Q9). Parmi ces derniers, 31% ont échoué à la Q10 (soit un taux de réussite de 41% à la Q10), souvent parce-qu'ils ont essayé de déterminer x en repartant de zéro, alors qu'il suffisait de prendre la racine carrée de g .
- Q11 : 12% des candidats indiquent que la propriété considérée (l'indépendance de la période en fonction de l'amplitude) est aussi valable pour l'oscillateur harmonique, et 2% des candidats citent un exemple où la propriété n'est pas valable (typiquement le pendule pesant en dehors du régime des faibles amplitudes d'oscillation). De nombreux candidats se sont contentés d'un commentaire qualitatif du type « quand l'amplitude augmente, la vitesse typique augmente ». Une partie des candidats affirment à tort que la propriété est valable pour toute force conservative.
- Q13 : À la deuxième partie de la question [« Par une approche énergétique (. . .) »], 27% des candidats ont obtenu au moins une partie des points, typiquement en écrivant que $U(x_{\min}) = U(x_{\max}) = U(x_0)$. Seulement 9% ont obtenu l'ensemble des points, en vérifiant la validité des expressions obtenues en Q12 pour x_{\min} et x_{\max} , dans les deux cas où x_0 est inférieur ou supérieur à la valeur de x qui minimise $U(x)$, à savoir x_c .

Partie 3

- Q14 : La moitié des candidats donnent la bonne réponse, à savoir $\vec{F}_{\text{ext},i} = -\overrightarrow{\text{grad}} U_{\text{ext}}(\vec{r}_i)$. Une erreur courante est l'omission de la variable \vec{r}_i .
- Q15 : Un tiers des candidats n'a pas répondu correctement à cette question.
- Q16 : A cette question, plus difficile que les précédentes, 40% des candidats arrivent à la bonne expression finale (sans doute aidés par la formulation de la question) mais seulement 5% ont effectué tous les calculs intermédiaires correctement. On peut décomposer la démarche à suivre en deux étapes :

(1) On montre que $\ddot{G} = \frac{4}{m} E_{\text{cin}} + 2 \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \cdot \ddot{\vec{r}}_i$.

Pour ce faire, une grande partie des candidats ont suivi la démarche incorrecte suivante :

(a) Ils partent de $\dot{G} = 2 \sum_{i=1}^N r_i \dot{r}_i$ puis $\ddot{G} = 2 \sum_{i=1}^N (\dot{r}_i^2 + r_i \ddot{r}_i)$.

(b) Ils remplacent $r_i \dot{r}_i$ par $\vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i$.

(c) Ils remplacent $\sum_{i=1}^N \dot{r}_i^2$ par $\frac{2}{m} E_{\text{cin}}$.

En commettant deux erreurs qui se compensent aux étapes (b) et (c), ils arrivent ainsi au résultat correct. Il n'y a rien à redire au fait de commencer par l'étape (a) ci-dessus lors d'une première tentative, mais il aurait alors fallu réaliser que les étapes (b) et (c) étant manifestement fausses, l'étape (a) conduit à une impasse, et il faut repartir de $G = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i$ pour faire apparaître $\ddot{\vec{r}}_i$.

(2) On en déduit l'expression finale $m \ddot{G} = 4 (E_{\text{cin}} + E_{\text{int}}) + 2 \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \cdot \vec{F}_{\text{ext},i}$. Ceci nécessitait de montrer que $\sum_{i \neq j} \vec{r}_i \cdot \vec{F}_{j \rightarrow i} = 2 E_{\text{int}}$, ce qui a été fait correctement par 8% des candidats.

- Q17 : 28% des candidats ont correctement obtenu le résultat à partir de celui de la Q16.

- Q18 :
 - Première partie de la question [« exprimer $G(t)$ en fonction de (...) »] : 29% de bonnes réponses. De trop nombreux candidats ont écrit $r_i(0) v_i(0)$ au lieu de $\vec{r}_i(0) \cdot \vec{v}_i(0)$.
 - Deuxième partie de la question [« Vérifier que cette expression de $G(t)$ est équivalente à (...) »] : 9% des candidats ont donné des réponses totalement correctes. Une partie significative des candidats ont commis des erreurs ou n'ont pas fourni de vérification complète.
- Q19 : La réponse complète attendue était : « *C'est un résultat analytique, valable pour $N > 2$. Le système n'atteint pas d'état d'équilibre aux temps longs, même pour N grand.* »
 Parmi les quatre points soulignés, 21% des copies contenaient au moins un point, 13% au moins deux points, et 2% contenaient les quatre points.
- Q20 : La moitié des candidats ont répondu correctement. Compte tenu de la condition $\ell_* \ll \ell$, les courbes dans lesquelles ℓ_* dépassait $\ell/3$ ont été comptées comme fausses.
- Q21a : 4% des candidats ont obtenu tous les points. 19% des candidats ont obtenu une partie des points, typiquement parce-qu'ils n'ont pas justifié le fait que les vitesses sont bornées (dire que les vitesses ne peuvent pas dépasser la vitesse de la lumière n'est pas une justification valable, car cette propriété n'est pas vraie dans le cadre de la mécanique non-relativiste considérée ici). Beaucoup de candidats ont utilisé l'expression de $G(t)$ obtenue en Q18, sans se rendre compte qu'elle concerne le cas du potentiel extérieur harmonique et non pas la boîte sphérique.
- Q21b : 36% de bonnes réponses. De nombreux candidats se sont contentés d'utiliser l'inégalité $\frac{\dot{G}(t_{\max}) - \dot{G}(0)}{t_{\max}} \leq \frac{2D}{t_{\max}}$ alors qu'il fallait utiliser $\left| \frac{\dot{G}(t_{\max}) - \dot{G}(0)}{t_{\max}} \right| \leq \frac{2D}{t_{\max}}$.
- Q25a : À la première partie de la question [« Donner une expression approchée simple de $\vec{F}_{\text{ext}, \mathcal{R}}$ (...) »], un tiers des candidats a répondu correctement. Il fallait bien sûr donner une expression vectorielle. Une faible fraction des candidats ont obtenu des points à la deuxième partie de la question [« Indiquer deux conditions (...) »], les réponses attendues étant :
 - ℓ_Σ doit être grand devant le libre parcours moyen, pour que la région \mathcal{R} soit mésoscopique
 - ℓ_Σ doit être dans devant ℓ_* , pour pouvoir considérer $\vec{F}_{\text{ext}, \mathcal{R}}$ comme une force surfacique.
- Q25b et Q25c : Entre un quart et un cinquième des candidats donnent la bonne expression. Parmi ceux-ci, la moitié n'a pas obtenu de points de justification.
- Q26 : Pour obtenir tous les points, il fallait justifier que l'on peut approximer r_i par ℓ dans l'expression $\sum_{i=1}^N r_i F_{\text{ext}, i}$, ce qui a été fait par 8% des candidats.

Partie 4

- Q28a : 40% des candidats ont bien effectué les calculs, et 23% ont donné les principales justifications physiques.
- Q28b : 63% des candidats ont montré que $f_P(n, s) = n^{5/3} C$ où C est constante au cours de la transformation. 15% ont écrit et justifié que s est constante au cours de la transformation. Il fallait ensuite en déduire la propriété (6) de l'énoncé, ce que 13% des candidats ont fait de façon partielle, et 2% de façon complète.

- Q29b : 3% des candidats ont obtenu des points à cette question, typiquement en indiquant qu'il est inhabituel de pouvoir séparer les influences de n et s sur la pression. Beaucoup de candidats ont écrit que s devrait dépendre de n , ce qui n'est pas pertinent dans ce contexte où n et s sont deux variables d'état indépendantes caractérisant l'état du système.
- Q29c : 23% de bonnes réponses.
- Q30a : Question standard proche du cours. 55% des candidats sont arrivés à la bonne relation ($dU = T dS$, ou encore $\Delta U = T \Delta S$). Pour la justification de cette relation, 46% ont obtenu une partie des points, et 27% tous les points.
- Q30b : 17% des candidats ont obtenu la relation $g_T(s) = \frac{3}{2} g'_P(s)$. 10% des candidats ont commis une erreur d'étourderie, typiquement une confusion entre s et S , ou encore un oubli du facteur $\frac{3}{2}$. De nombreux candidats ont abouti à une relation totalement fautive, par exemple en confondant S et ΔS .
- Q31 : 75% de bonnes réponses pour **a)**, 57% pour **b)**.
- Q35a : Un tiers des candidats ont écrit correctement que pour $T = 0$, on a $s(r) = g_s(0) = 0$. 17% ont obtenu l'expression de R , et 15% ont correctement exprimé $n(r)$ en fonction de R comme demandé par l'énoncé.
- Q35c : 4% de bonnes réponses à cette application numérique de la Q35a. L'énoncé demandant le résultat avec un chiffre significatif, il ne fallait pas effectuer une approximation trop grossière, et utiliser le fait que $27^{1/3} = 3$.
- Q36a : 11% des candidats ont obtenu une partie des points, et 4% ont obtenu tous les points.
- Q40 : Très peu de candidats ont fait le lien avec le temps pour que le fluide atteigne l'équilibre local. Ce point ni figurant pas au programme, nous lui avons attribué un faible coefficient.
- Q41 : 8% des candidats ont répondu correctement qu'il s'agit d'une propriété extraordinaire car le système n'atteint pas d'état d'équilibre aux temps longs. Le fait qu'il s'agisse d'un résultat analytique n'est pas extraordinaire, car il n'est pas rare d'obtenir des résultats analytiques dans le cadre de l'hydrodynamique.
- Q42 : 24% de bonnes réponses. De trop nombreux candidats ont multiplié la densité par le volume de la sphère, comme si la densité était indépendante de la position.
- Q43 : 10% des candidats ont obtenu une grande partie des points à cette question. Typiquement, ils ont montré que $\int_0^R n(r, t) r^2 dr = \int_0^R n_0(r/\lambda(t)) r^2 dr / \lambda(t)^3$, et ont affirmé sans justification que cette équation étant vraie pour tout R , le résultat (16) en découlait.
- Q44a : 9% de bonnes réponses.
- Q44b : 3% des candidats ont obtenu une partie des points, et 2% ont obtenu tous les points.
- Q45 : 5% de bonnes réponses.
- À chacune des questions Q46 à Q50, quelques pourcents des candidats ont obtenu une partie des points. Les candidats ayant abordé la Q46 ont souvent oublié de dériver n par rapport au temps. Aucun point n'a été obtenu aux Q51 et Q52 qui n'ont quasiment jamais été abordées.

Proposition de corrigé

Une proposition de corrigé est disponible en ligne à l'adresse <https://hal.science/hal-04740899>
 Ce corrigé est loin de recenser toutes les réponses correctes possibles à chaque question. Concernant le niveau de détail dans les justifications, ce corrigé va parfois au-delà de ce qui était exigé pour obtenir tous les points à une question.