

COMMENTAIRES

• Commentaires généraux

On peut reprendre ici beaucoup de remarques faites l'an dernier dans le rapport MP :

- Les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées, raturées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examineur) :

les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre.

Il est rappelé que les copies doivent être correctement numérotées, dans un ordre cohérent.

Notons que nous avons rencontré cette année des copies quasiment illisibles et donc lourdement pénalisées.

Rappelons aussi que l'orthographe fantaisiste donne une très mauvaise impression à la lecture de la copie.

- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que « il est trivial que », « par une récurrence immédiate », « il est clair que » etc... : rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.

- Il ne suffit pas d'écrire « je peux utiliser le théorème car ses hypothèses sont vérifiées »... , il faut les vérifier !

- Enfin, un exemple ne permet pas de démontrer un résultat général.

Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire MPI.

- Signalons qu'une lecture attentive de la totalité du sujet permet souvent de comprendre l'architecture de chaque exercice et la démarche proposée dans chaque exercice.

Il nous a semblé en effet que beaucoup de candidats lisent de plus en plus approximativement l'énoncé, ce qui induit nombre d'erreurs facilement évitables : « donner sans démonstration » donne lieu à une démonstration, « démontrer par récurrence » ne donne pas lieu à une récurrence, la donnée $F'(0) = \frac{1}{4}$ se

transforme en $F(0) = \frac{1}{4}$ etc...

- Un trop grand nombre d'étudiants ne maîtrise pas les notions de base d'algèbre linéaire, même de première année, ainsi que les théorèmes principaux d'analyse du programme de deuxième année de MP et espèrent cependant venir à bout des questions posées en utilisant des recettes toutes faites bien souvent mal comprises.

- Nous constatons de nouveau une très grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont trop rapidement abandonnés.

De plus, trop de candidats ne manipulent pas correctement les quantificateurs, ce qui entraîne de grosses difficultés dans les démonstrations, voire des contradictions.

- Dans le même type d'erreurs, on constate une grande confusion dans beaucoup de copies entre variable et paramètre : cela occasionne de grosses erreurs en particulier dans les intégrales à paramètre. Il est par ailleurs curieux de voir des candidats chercher un équivalent de la fonction à intégrer au voisinage de $+\infty$ alors que l'on intègre entre 0 et 1 !

- Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments inventés ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.
- Reste à signaler que les probabilités génèrent un refus de beaucoup de candidats : près de 30% des candidats n'abordent pas cet exercice : rappelons que nous posons systématiquement un exercice de probabilité.

Conclusion : Nous souhaitons obtenir dans la résolution des exercices proposés de la rigueur, une rédaction claire et lisible et une justification des résultats en utilisant à bon escient le cours : ainsi, nous encourageons les candidats à rédiger le plus proprement, correctement et rigoureusement possible leurs copies, en détaillant clairement les calculs effectués et les théorèmes utilisés à chaque étape de la résolution, sans forcément chercher à tout traiter de façon superficielle.

Nous rappelons enfin qu'il vaut mieux admettre clairement le résultat d'une question et avancer dans la résolution du reste de l'exercice plutôt que de donner des arguments faux qui indisposent nécessairement le correcteur.

Nous proposons chaque année dans ce rapport une correction détaillée du sujet et invitons vivement les candidats à l'étudier attentivement.

• Commentaires par exercices

• Exercice 1.

Beaucoup de candidats ont du mal pour compter de 0 à n mais comme ils ne connaissent pas la dimension de $\mathbb{R}_n[X]$, les erreurs se compensent...Apparaît souvent la dimension d'une famille de vecteurs ! (confusion entre dimension et cardinal).

La formule de Taylor pour les polynômes est ignorée par plus d'un candidat sur deux.

Dans la question 3. il est loin d'être évident pour nombre de candidats que $R = 0$.

Curieusement, la question 4. a posé problème : des termes disparaissent lors du développement des parenthèses. Le cas $k = 0$ est trop souvent oublié.

Trop de candidats oublient de considérer la loi externe pour montrer qu'une application est linéaire. Certains tentent d'utiliser le calcul de $T(P_k)$ pour démontrer que $T(E_n) \subset E_n$ en oubliant de préciser que la famille (P_k) est une base de E_n .

La matrice demandée à la question 6. est souvent fautive après de nombreux essais raturés : rappelons que la copie rendue n'est pas un brouillon !

Les questions 7. et 8. sont rarement abordées.

• Exercice 2.

Globalement, des négligences dans les écritures rendent les affirmations insensées. Citons par exemple : « t^{t^x} est continue » ; « t^{t^x} est croissante »

1. Question traitée par tous les candidats.
2. Question résolue souvent sans explication.
3. Il est désolant de constater que cette question est souvent fautive souvent en ce qui concerne le domaine de validité.

4. Il est surprenant d'obtenir assez souvent $\Gamma(1) = -1$ ou $\Gamma(1) = 0$...

On lit trop souvent « par une récurrence immédiate » ...

Certains candidats ne lisent pas correctement l'énoncé et redémontrent que la fonction Γ est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ et que $\forall x > 0, \Gamma(x+1) = \Gamma(x)$, ce qui n'est pas demandé, sans traiter la fin de la question.

5.

- 5.1. Question très souvent mal traitée (plus d'un candidat sur deux) : on lit que la définition de F découle de la continuité de t^{t^x} sur le segment $[0, 1]$.

Pour certains candidats, l'intégrale est définie si, et seulement si, l'intégrande est défini...

Avant d'étudier l'intégrabilité d'une fonction, il serait judicieux de s'interroger d'abord sur quel ensemble elle est continue (ou continue par morceaux) : cela peut éviter des études inutiles.

- 5.2. Question souvent bien traitée : certains cependant tentent de démontrer que F est C^1 sur son ensemble de définition : une lecture attentive de l'énoncé aurait permis d'éviter cette piste.

Ne pas oublier que le signe de $F(x+1) - F(x)$ ne permet pas de conclure quand au sens de variation de F .

- 5.3. Correctement traitée en général.

- 5.4. Correctement traitée en général.

- 5.5. Noter que la domination sur un segment ne fonctionne pas dans cette question.

- 5.6. Trop peu de candidats se risquent à donner une allure de la courbe représentative de F : c'est dommage.

6. Questions très rarement abordées.

Rappelons que la dérivée de $|g_n|$ n'est pas $|g'_n|$!

• Exercice 3.

1. Réponses catastrophiques à cette question que l'on pose à peu près tous les ans...

On cite le Théorème fondamental de l'analyse sans plus de précision et le calcul de $F'(x)$ reste loufoque...

2. Trop de candidats n'arrivent pas à mettre en oeuvre correctement le changement de variable $u = xt$ et obtiennent des résultats faux : $\Psi(f)(x) = x F(x)$ voire $\Psi(f)(1) = F(x)$!

3. Très rarement traitée : beaucoup de candidats n'ont pas vu l'intérêt de la question 2.

4. Pas de problème.

5.

- 5.1. Nombre de candidats « prolongent » la fonction h par continuité en 0 !

Encore une fois, une lecture attentive de l'énoncé évite une telle erreur.

- 5.2. Il est surprenant de constater que pour beaucoup d'étudiants, h de classe C^1 en 0 signifie que h' tend vers 0 (!), sans s'assurer que $h'(0)$ existe et vaut 0.

- 5.3. Les questions 5.2 à 5.5 sont rarement abordées et $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ donne lieu à des résultats surprenants.

6. Les erreurs les plus courantes :

- $\int_0^1 f(xt) dt = 0 \implies f = 0$ car $f \geq 0$
- f est continue d'intégrale nulle, donc f est nulle.
- Puisque Ψ n'est pas surjective elle ne peut être injective

7.

7.1. Pas de problème.

7.2. Question souvent mal traitée : des candidats ne mentionnent que la fonction $x \mapsto \frac{1}{x^\mu}$ et d'autres semblent perturbés par les variables et donnent comme solution les $y : t \mapsto \exp\left(-\frac{\mu t}{x}\right)$.

7.3. et 7.4. peu abordées et sans beaucoup de succès.

8. Question incomprise par 99% des candidats pour qui 8.1.1. est le cas $n = 1$. Ainsi, en 8.1.2., ils disent : « de même qu'en 8.1.1. » ...

Le reste des sous-questions est très rarement abordé.

• Exercice 4.

On lit souvent que l'évènement A est négligeable lorsque $\mathbb{P}(A)$ tend vers 0 ou est très petit...

Pour de nombreux étudiants, $\frac{p_{n+1}}{p_n} = u_{n+1} < 1$ implique la décroissance de la suite (p_n) sans examen du signe de p_n .

On lit aussi : la suite (p_n) est décroissante et majorée et donc elle converge !

La question 2.5. est rarement exacte : 1 % des candidats trouvent le bon résultat.

La question 3. est souvent abordée mais son traitement n'est pas toujours rigoureux.

La question 4. est rarement abordée.

Luc VALETTE

FIN