

Épreuve de Modélisation - Rapport de jury

Présentation générale

L'épreuve de modélisation, d'une durée de 5 heures, a porté cette année sur l'étude du système cardio-vasculaire. Le sujet s'appuyait sur des connaissances et des compétences de disciplines complémentaires comme l'informatique, les mathématiques, les sciences de l'ingénieur et les sciences physiques. Cette association, constituant l'originalité et la caractéristique de l'épreuve de modélisation, permet aux candidat·e·s d'exprimer leur esprit de synthèse et la transversalité de leurs savoirs en vue de leur poursuite d'étude au sein de l'École Polytechnique ou des Écoles Normales Supérieures.

Le sujet comportait quatre parties indépendantes, couvrant des thématiques très variées et proposant la modélisation d'éléments clefs dans la régulation et le contrôle du cœur et du système nerveux autonome.

La 1^{ère} partie consistait à présenter les enjeux liés à la modélisation numérique du cœur ainsi que les différents objectifs de l'étude proposée. L'histoire de la médecine et l'épistémologie du cœur sont des éléments fondamentaux de l'histoire de la médecine qui ont permis l'accroissement de l'espérance de vie humaine. La modélisation du système cardiovasculaire, voire la création d'un jumeau numérique du cœur, permettent d'améliorer les outils de la médecine tant pour des diagnostics, des traitements ou le développement de prothèses. Il était demandé aux candidat·e·s de donner des exemples concrets de leur utilisation ainsi que de déterminer les plages de fréquences et de pulsation du cœur humain.

La 2^{ème} partie était consacrée à la modélisation du myocarde. Dans un premier temps, le sujet abordait la physiologie du muscle et permettait de relier le modèle microscopique des sarcomères à un modèle macroscopique à l'échelle du muscle. Ensuite, un modèle de Maxwell-Hill du muscle était présenté et permettait de relier la contrainte et la déformation de l'élément contractile à la contrainte et déformation de la fibre musculaire. Finalement, un modèle simplifié de la géométrie cardiaque permettait de relier une fonction d'activation chimique à la pression et au débit à la sortie du cœur.

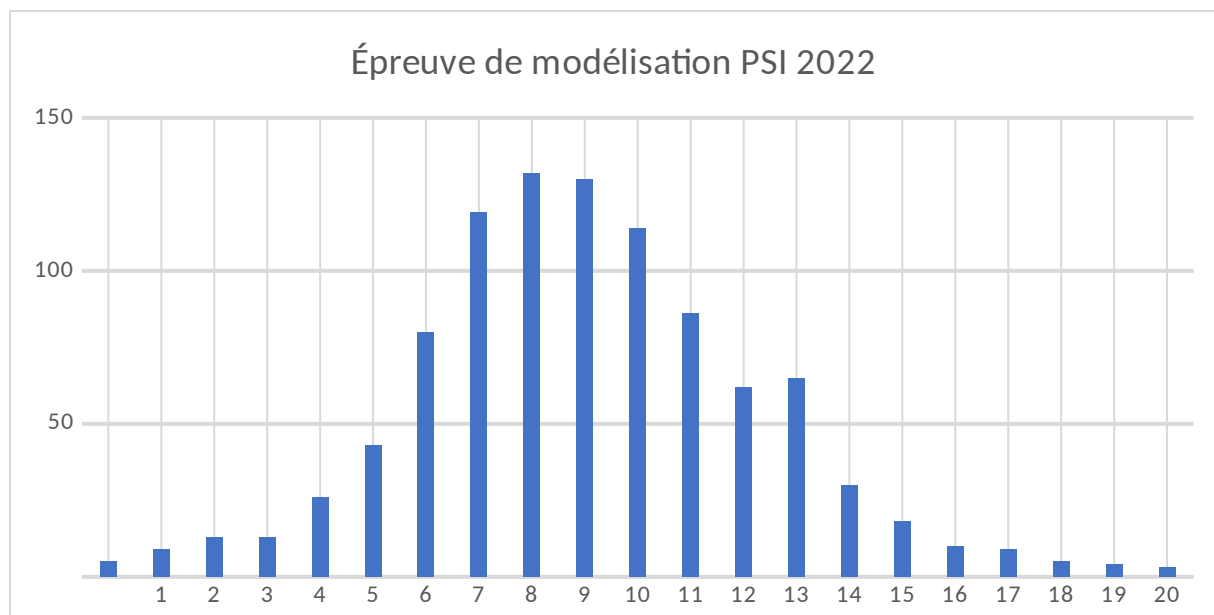
La 3^{ème} partie abordait l'étude de la circulation sanguine. Ici, un modèle simple du système cardio-vasculaire était présenté sous la forme d'un schéma électrique équivalent. Les différents éléments du circuit étaient reliés aux caractéristiques physiques de la circulation sanguine. Dans un premier temps, l'étude portait sur la résistance hydraulique des vaisseaux sanguins, puis sur la prise en compte de l'élasticité des vaisseaux et enfin sur les effets inertiels de l'écoulement sanguin.

La 4^{ème} partie portait sur l'analyse du système nerveux autonome. Le contrôle de la pression sanguine étant un système très complexe, un modèle était présenté en boucle semi-ouverte (reliant l'évolution de la pression artérielle à l'évolution de la fréquence cardiaque). Ce modèle numérique exploitait différentes routines en Python dans un formalisme d'évolution temporelle discrétisé de signaux décrivant les voies vagale et sympathique assurant la régulation de la pulsation cardiaque.

Remarques statistiques

976 candidat·e·s ont composé sur cette épreuve de modélisation. Dans l'ensemble, toutes les parties ont été abordées. L'indépendance entre les différentes parties ainsi que les différentes thématiques abordées ont permis aux candidat·e·s de poursuivre leur composition sans être bloqué·e·s prématurément.

Les notes sont correctement réparties et montrent un minimum de 0,1/20 et un maximum de 20/20. La moyenne est de 9,5/20 pour un écart type de 3,26. La répartition des notes sur toute la plage de notation illustre la bonne capacité de cette épreuve à évaluer les candidat·e·s disposant des compétences recherchées par le concours.



Commentaires généraux

Les correcteurs restent sensibles à la qualité de la présentation et à la clarté des explications, particulièrement pour cette épreuve qui vise autant à mobiliser les connaissances et compétences scientifiques des candidat·e·s que leur capacité d'analyse d'un système complexe. Cet aspect est pris en compte dans la note finale. Le jury regrette que certaines copies ne mettent pas en valeur leurs résultats, que la rédaction des réponses soit souvent trop hâtive et peu soignée, que certain·e·s ne respectent pas l'ordre des questions dans les différentes parties. Les candidat·e·s remettant une copie mal présentée ont été pénalisé·e·s.

Certes un résultat final attendu à une question est important, mais la démarche pour y parvenir l'est tout autant. Il faut en particulier bien insister sur les théorèmes utilisés, les hypothèses émises et les bilans effectués. Le jury a observé que les erreurs d'homogénéité, d'unités, d'ordres de grandeur, ... sont persistantes et restent bien trop présentes. La calculatrice n'est pas autorisée sur cette épreuve et, par manque d'attention, une simple multiplication ou un calcul en ordre de grandeur permet bien souvent de trier les candidat·e·s.

Commentaires détaillés des questions

1^{ère} Partie

La première question est réussie dans l'ensemble. Quelques candidat·e·s proposent deux fois le même intérêt. Pour le calcul des plages de fréquence et de pulsation, il est très étonnant que les candidat·e·s ne puissent pas donner une valeur approchée de $4\pi/3$ et de 6π .

2^{ème} Partie

Malgré la définition de la déformation, trop de candidat·e·s ont mal répondu et ont oublié la division par la longueur au repos. Le modèle de Maxwell-Hill n'a pas bien été traité par bon nombre de candidat·e·s. Beaucoup de copies n'ont pas su trouver les relations entre les forces surfaciques d'éléments mis en parallèle et en série. Les questions 7, 8 et 9 permettaient d'aborder la commande de l'élément contractile du muscle à travers d'une équation différentielle donnée. L'analyse sur l'évolution des contraintes et des déformations de l'élément contractile n'a pas bien été appréhendée pour poursuivre les liens avec le modèle proposé. La question 10 a bien été traitée par les candidat·e·s ayant compris le modèle de Maxwell-Hill, par contre trop de candidat·e·s ont préféré ne pas traiter la résolution de l'équation différentielle du premier ordre de la question 11.

Les questions 12, 13 et 14 abordaient la prise en compte des effets inertiels. Le jury a noté des bilans des actions mécaniques incomplets, des confusions entre la déformation et les longueurs et une difficulté à identifier les paramètres.

Les questions 15, 16, 17 et 18 portaient sur le modèle volumique du cœur. Il existe encore beaucoup trop d'erreurs de calcul sur le volume d'un cylindre. Les candidat·e·s n'ont pas tendance à simplifier les expressions. Le jury a remarqué trop de confusions entre l'épaisseur et le rayon pour déterminer la déformation du volume cardiaque et finalement peu de candidat·e·s sont arrivés à déterminer une relation entre le débit et la déformation de la cavité.

La question 19 permettait de synthétiser cette partie et elle a été très peu abordée.

3^{ème} partie

Cette partie portait sur la modélisation de la circulation sanguine. Le jury a remarqué beaucoup de difficultés à réaliser les calculs en ordre de grandeur pour estimer les débits et les vitesses dans les capillaires et le nombre de Reynolds. Les questions plus classiques concernant la résistance hydraulique ont été abordées par une grande majorité des candidat·e·s. La différence s'est faite sur la justesse des calculs et la qualité de la rédaction des hypothèses formulées. Cependant les questions 26, 27 et 28 ont été bien moins réussies avec, par exemple, certaines illustrations représentant une conduite se séparant en deux uniquement. Le jury a regretté que les candidat·e·s n'aient pas adapté leurs connaissances à l'étude de cas présentée.

La prise en compte de l'élasticité des vaisseaux et des effets inertiels a plutôt été réussie au niveau de l'obtention des modèles. Par contre, l'analyse fréquentielle et l'impact des paramètres sur le comportement ne sont pas bien maîtrisés.

4^{ème} partie

Cette dernière partie concernait le modèle numérique du Système Nerveux Autonome (SNA). Une grande partie des candidat·e·s l'a abordé et le jury a noté une nette amélioration dans la programmation en langage python et le respect des conventions syntaxiques de la très grande majorité des copies.

La discrétisation du problème a globalement été réussie. Les erreurs constatées ont porté sur la confusion entre les procédures et les fonctions (souvent inutilisées ici en présence de variables mutables), l'emploi inutile de boucles, etc. Le tracé des sigmoïdes a souvent été correctement mené, mais l'interprétation de l'utilité de ces fonctions vis-à-vis des plages de régulation et des comportements opposés des voies sympathique et vagale n'a pas été bien traitée. L'analyse de la fonction retard discret a donné lieu à de nombreuses confusions dans l'usage des indices et la gestion des dépassements dans les tableaux. La description de la fonction retard à l'aide d'une interpolation linéaire était plus difficile et n'a été bien traitée que dans une minorité de copies.

Lorsqu'elles étaient abordées, les dernières questions de programmation (45, 46 et 47) ont été bien traitées par les candidat·e·s ayant lu avec attention le sujet. La plupart des candidat·e·s n'a pas hésité à ajouter l'argument manquant du pas de temps DT dans la question 45 (présent dans toutes les questions précédentes où il était nécessaire), pour calculer l'intégrale temporelle. Le jury a également pris compte les réponses qui s'interrogeaient sur cette absence.

Les dernières questions sur l'analyse et la synthèse du SNA n'ont que peu été abordées, mais certain·e·s candidat·e·s ont pourtant su répondre avec pertinence, tant sur l'observation quantitative du comportement passe-bas des barorécepteurs, que sur l'identification des signaux, la calibration des paramètres ou les alternatives possibles au modèle phénoménologique étudié.

Conclusion

Le sujet et le thème retenu ont permis de sélectionner les candidat·e·s sur une problématique à fort enjeu sociétal, faisant appel à des connaissances larges dans diverses disciplines. Ces compétences seront importantes pour les candidat·e·s dans leur formation d'ingénieur, d'enseignant ou de chercheur dans les Écoles Normales Supérieures et à l'École Polytechnique. Cette épreuve permet de classer pertinemment les candidat·e·s et d'évaluer leurs capacités d'analyse et d'utilisation des compétences transverses qu'ils ou elles acquièrent en classe préparatoire aux grandes écoles.

Le jury recommande aux futur·e·s candidat·e·s de bien lire les remarques des rapports, chaque année, afin d'aborder dans les meilleures conditions les prochaines épreuves.