• Commentaires généraux

Malheureusement, il me faut reprendre les remarques générales faites l'an dernier sur les copies :
- Les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examinateur) : **les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre**.
Notons que nous avons rencontré cette année des copies quasiment illisibles et donc lourdement pénalisées.
Rappelons que l'orthographe fantaisiste donne une très mauvaise impression à la lecture de la copie.
- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que « il est trivial que », « par une récurrence immédiate », etc... : rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.
- Il ne suffit pas d'écrire « je peux utiliser le théorème car ses hypothèses sont vérifiées »... , il faut les vérifier !
- Enfin, un exemple ne permet pas de démontrer un résultat général.

Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire PSI.
Un trop grand nombre d'étudiants ne maîtrisent pas les notions de base d'algèbre linéaire, même de première année, ainsi que les théorèmes principaux d'analyse du programme de deuxième année de PSI et espèrent cependant venir à bout des questions posées en utilisant des recettes toutes faites bien souvent mal comprises.
Nous constatons aussi une grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont trop rapidement abandonnés.
Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments inventés ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.

Conclusion : Nous demandons dans la rédaction des exercices constituant du sujet de la rigueur et une justification des résultats proposés en utilisant le cours : ainsi, nous encourageons les candidats à rédiger le plus proprement, correctement et rigoureusement possible leurs copies sans forcément chercher à tout traiter de façon superficielle.
Nous rappelons qu'il vaut mieux admettre le résultat d'une question clairement et continuer à traiter le reste de l'exercice plutôt que de donner des arguments faux qui indisposent nécessairement le correcteur.

Nous proposons chaque année dans ce rapport une correction détaillée du sujet et invitons vivement les candidats à l'étudier attentivement.

• Commentaires détaillés exercice par exercice

Dans cette partie du rapport, nous avons voulu insister sur les points les plus négatifs rencontrés lors de la correction des copies, ceci afin d'aider les étudiants à ne pas faire ce genre d'erreurs, parfois grossières et souvent faciles à éviter.

Exercice 1

1. Justifications souvent alambiquées : noter qu'il suffisait de trouver des valeurs de a et de b et de vérifier qu'elles conviennent en réduisant au même dénominateur.
2. L'erreur la plus fréquente rencontrée est la manipulation de séries divergentes : il vaut toujours mieux manipuler des sommes partielles.
Nous avons trop souvent lu : $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+2)} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+3)}$!
Noter que pratiquement aucun candidat ne précise que α doit être positif.

3.

3.1. L'absolue convergence pour prouver l'existence de l'espérance est très peu citée et les calculs ne sont pas toujours menés jusqu'au bout.

3.2. Mêmes remarques qu'à la question précédente. Ne pas oublier de citer les théorèmes utilisés.

3.3. Il n'y a que trop rarement de justification de l'existence de la variance.

Exercice 2

1. Quelques réponses très farfelues du type $1 + q + ... + q^r$!
2. Le lien avec la question précédente n'a pas toujours été vu.
On voit parfois apparaître des racines n-ièmes de l'unité sans pour autant simplifier le quotient.
Enfin, le cas $q = 1$ n'est presque jamais évoqué !
3. Il est rarement démontré que Q est une fonction polynomiale.
Rappelons que la "dimension" d'un polynôme n'a pas de sens.
4. Les étudiants savent en général ce qu'il faut démontrer mais ont de grosses difficultés à écrire des choses qui ont un sens. En particulier, $f(P(x))$ au lieu de $f(P)(x)$, etc...
5. $\int_1^x P(t)\,\mathrm{d}t = 0$ n'implique pas que $\forall\, t \in [1, x]$, $P(t) = 0$.
L'argument de dimension est souvent flou.
Les calculs pour obtenir f^{-1} ne sont pas toujours bien justifiés.
Certains candidats confondent l'existence d'une image unique avec l'existence d'un antécédent unique.
6. En général la matrice A est obtenue.
7. Préoccupant : après le calcul du polynôme caractéristique d'une matrice triangulaire afin d'obtenir les valeurs propres de A, rares sont les candidats qui en déduisent les valeurs propres de A^{-1}.
Trop de candidats ne réalisent pas l'incohérence entre leurs différents résultats (valeurs propres de A et valeurs propres de A^{-1}).
8. Le fait que les résultats soient liés ne semble pas évident pour certains.
9. et **10.** La définition de la multiplicité d'une racine d'un polynôme pose problème à beaucoup de candidats et rendent les choses difficile.
11. Question qui se traite indépendamment mais qui n'a pas été vue.

Exercice 3

1. Nous posons cette question très souvent et invitons donc les candidats à lire la correction proposée ici. Rappelons toutefois que la primitive d'une fonction périodique n'est pas a priori une fonction périodique. Que lorsque l'on fait un changement de variable, ça n'est pas la périodicité de f qui transforme $f(x+u)$ en $f(x)$.
2.
2.1. Question relativement bien traitée mais trop peu de justifications surtout pour dériver terme à terme et pour identifier.
2.2. Le fait que les termes d'indices impairs sont nuls n'est pas systématiquement vu et ceux d'indices pairs conduisent à des erreurs qu'une vérification aurait pu détecter.
2.3. Oubli des valeurs absolues dans la règle de d'Alembert.
3.
3.1. A la question « quelle est la parité de F ? », beaucoup de candidats répondent que F est $\pi-$périodique, voire $2\pi-$paire !
Beaucoup trop de candidats semblent ignorer que $\cos(\pi-u) = -\cos(u)$.
3.2.
3.2.1. et **3.2.2.** Raisonnements bien compliqués parfois.
3.2.3. Attention aux inégalités : $x \leqslant M$ n'implique pas toujours que $2\,x\,\cos(t) \leqslant 2\,M$.
3.2.4. Souvent, le passage de I à $\mathbb{R}$ est occulté.
3.2.5. Pas de problème.
3.3. Ici, beaucoup d'arguments fallacieux pour arriver au résultat.
4.
4.1. Il est étonnant de constater que que certains étudiants sont incapables d'écrire le développement en série entière autour de 0 de la fonction exponentielle ou de donner un domaine de convergence juste.
4.2. L'interversion demandée est en général vue mais appliquée sans trop de justification...
4.3. Pas de problème (Heureusement)
4.4. Bien que cette question soit très classique, que d'erreurs ! !
4.5. Oubli d'élimination des termes impairs.
4.6. Très peu traité.

Exercice 4

1. La stabilité par transposition est une duperie dans quasiment toutes les copies car n'est pas évoqué le fait que M et sa transposée soient inverses l'une de l'autre.
Beaucoup de candidats affirment que $M \in O_n \iff \det(M) \in \{-1, 1\}$.
Certains confondent l'ensemble des matrices orthogonales (pourtant bien défini dans l'énoncé) avec la matrice nulle et montrent donc que la matrice nulle est stable par ...
2.
2.1. Globalement réussi.
2.2. Le lien avec la question précédente est rarement fait.
Certains étudiants affirment que $AB = BA$ et d'autres que $\det(\lambda\, I_n) = \lambda$ et d'autres enfin que

$$\det(XI_n - AB) = \det(XI_n) - \det(AB) \quad !\,!$$

3. Globalement correct.
4..Lorsque la question est traitée, il est mentionné que les valeurs propres sont égales mais pas que leurs multiplicités le sont également.

5. et **6.** Correct.
La suite n'est quasiment pas abordée.

FIN