

# COMMENTAIRES

## • Commentaires généraux

- Une première remarque importante : les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examineur) : **les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre.**

- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que "il est trivial que", "par une récurrence immédiate", etc... : rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.

- Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire PSI.

Nous avons été déçus par le trop grand nombre d'étudiants qui ne maîtrisent pas les notions de base d'algèbre linéaire, même de première année, et d'analyse et qui espèrent venir à bout du sujet grâce à des recettes toutes faites bien souvent mal comprises.

Nous constatons aussi une grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont très rapidement abandonnés.

- Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments bidons ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.

**Conclusion** : Nous demandons dans la rédaction des exercices constituant du sujet rigueur et justification des résultats proposés en utilisant le cours : ainsi, nous encourageons les candidats à rédiger le plus proprement, correctement et rigoureusement possible leurs copies sans forcément chercher à tout traiter de façon superficielle.

## • Commentaires exercice par exercice

### Exercice 1

1.

1.1. Beaucoup trop de raisonnements farfelus qui se terminent par "donc  $a_{-1} = 0$ "...

1.2. Ici encore, beaucoup d'arguments bidons pour arriver à la conclusion proposée par l'énoncé. Certains candidats évoquent une famille "échelonnée en degré" alors qu'il ne s'agit pas de polynômes.

2.

2.1. Oubli récurrent du cas particulier  $k = -1$ .

2.2. Si la linéarité est bien démontrée, les difficultés arrivent pour prouver que  $u$  est un endomorphisme de  $E$ .

Les étudiants ne pensent pas toujours à montrer que les images de chaque  $f_k$  sont encore dans  $E$ .

2.3. Le noyau aurait dû être mieux traité : il faut plus de rigueur dans le raisonnement.

Pour l'image trop peu de candidats savent que l'image d'une base de  $E$  par  $u$  engendre l'image de  $u$ .

2.4. Cette question n'a pas été du tout comprise. La notion d'antécédent est pourtant bien au programme de première année.

2.5. Question bien traitée.

2.6. Des réponses étranges :  $M$  n'est pas diagonalisable car  $\det(M) = 0$  ou encore, car la matrice  $M$  n'est pas diagonale, ou encore car le polynôme caractéristique n'est pas scindé...

2.7. Souvent : l'endomorphisme  $u^2$  n'est pas diagonalisable car  $u$  ne l'est pas....

3. et 4. Les résolutions des équations différentielles sont assez catastrophiques, très longues et souvent fausses.

Trop peu de raisonnement par récurrence correct et rigoureux même pour les étudiants qui ont "intuité" la solution.

5. Questions trop peu traitées puisque l'énoncé ne donnait pas explicitement les  $h_k$ .

## Exercice 2

1. Trop rares sont les candidats qui ont utilisé les relations coefficients-racines. Beaucoup de lourdeur dans la résolution de cette question, lorsqu'elle est traitée.

2. L'objectif de cette question était de donner l'expression juste de  $y_n$  sans que le candidat soit obligé d'effectuer tous les calculs. Était-ce efficace ?

3.

3.1. Rares sont ceux qui ont cité le cours avec l'hypothèse d'indépendance...

3.2. Nous ne sommes pas toujours sûrs que les étudiants sachent vraiment ce qu'ils manipulent : on a vu des intersections de probabilités, ...

Encore une fois, le manque de justifications est flagrant.

3.3. La récurrence double est bien souvent inconnue ou très mal effectuée. En particulier, l'hypothèse de récurrence n'est trop souvent que  $H_n$ ...

3.4. Peu de choses à dire sur ces questions faciles pas toujours rédigées de façon rigoureuse.

3.5. L'indépendance est trop peu citée.

3.6. Calculs très hasardeux et cours pas toujours su.

## Exercice 3

1. La continuité de la fonction  $t \mapsto \exp(-t^n)$  sur  $[1, +\infty[$  est trop souvent oubliée.

Certains pensent que la fonction constante, égale à 1, est intégrable sur  $[1, +\infty[$ .

On voit des arguments tels que : la fonction tend vers 0 en l'infini et donc, on peut la prolonger par continuité en l'infini et donc, l'intégrale est faussement impropre en l'infini...

Enfin certains connaissent une primitive de la fonction  $t \mapsto \exp(-t^n)$

2. La domination n'est pas toujours bien justifiée alors que dans l'ensemble, le théorème de convergence dominée est bien appliqué.

3. Changement de variable pas toujours bien justifié.

4. Malgré une bonne expression de l'intégrale, beaucoup de candidats ne voient pas qu'il faut à nouveau appliquer le théorème de convergence dominée.

A noter de nombreuses limites qui dépendent de  $n$ ...

**5.** Question simple en général pas trop mal traitée si ce n'est que le fait que  $J$  soit non nulle n'est pas suffisamment évoqué.

**6.**

**6.1.** Pas de problème pour le rayon de convergence (si ce n'est qu'il ne faut pas oublier les valeurs absolues).

**6.2.** Certains candidats n'ont pas vu la différence avec la question précédente.

#### **Exercice 4**

**1.** Il fallait dans cette question définir les projecteurs, ce qui n'a pas été toujours compris.

**2.**

**2.1.** Trop de candidats pensent que les polynômes sont des applications linéaires...

**2.2.** Malgré l'indication certains candidats arrivent à prouver que le polynôme caractéristique est scindé à racines simples.

**2.3.** Tout repose que la question **2.3.1.** A noter que des arguments tels que 'polynômes étagés en degrés' ne sont pas valables ici.

**2.4.** et **2.5.** Questions peu traitées.