

# Compte rendu correction épreuve PSI

Le sujet est constitué de 4 exercices dans lesquels les concepteurs ont cherchés couvrir une bonne partie du programme. L'objectif était que les étudiants utilisent les notions essentielles des deux années de CPGE.

Plusieurs questions étaient des questions de cours, ce qui aurait dû sécuriser les candidats, bien qu'elles n'aient pas toujours été affichées en tant que telles.

## Exercice 1.

Il s'agit d'un exercice d'analyse classique sur les différents types de convergence d'une suite (série) de fonctions.

Les notions de convergence normales et uniformes semblent dépasser nombre de candidats. La convergence normale est souvent assimilée à la convergence absolue. La majoration du reste d'une série alternée même si elle semble connue de la plupart des candidats, n'est pas toujours appliquée et utilisée correctement.

Certains justifient la divergence d'une série après majoration de son terme général par le terme général d'une série divergente.

On constate une grande confusion chez beaucoup de candidats entre fonction et nombre, entre série numérique et série de fonctions.

Enfin, il est fréquent de voir les étudiants additionner des équivalents au lieu d'utiliser les développements limités et des  $o$ .

## Exercice 2.

Rappelons à tout le monde que la matrice nulle et la matrice identité sont diagonales et ne peuvent constituer un exemple pour la première question.

Il est encore une fois dommage que bon nombre d'étudiants ne connaissent pas les rudiments de probabilité. Cela les a lourdement pénalisés sur cet exercice.

Trop peu d'étudiants ont abordé la dernière question alors qu'il s'agissait, au début, d'une question de cours. Trop de candidats inventent des propriétés de la trace d'une matrice afin de résoudre la question.

## Exercice 3.

Beaucoup d'étudiants n'hésitent pas à trouver un équivalent nul (oubli du cas  $\lambda = 1$ ) et la continuité de la fonction à intégrer est rarement évoquée.

Le théorème fondamental de l'analyse reste très peu cité.

Lorsque  $f$  est périodique, montrer que la fonction  $\varphi$  qui à tout  $x$  réel associe  $\varphi(x) = \int_x^{x+T} f(t) dt$  est constante, a semblé poser problème, par exemple : changements de variable fantaisistes qui n'aboutissent pas. La fin de la question 4 n'est quasiment jamais traitée.

La demande d'équivalent dans la question 5 semble encore une fois être d'une grande difficulté pour la plupart des candidats et le lien avec les questions précédentes totalement ignoré.

## Exercice 4.

Dans ce petit exercice de géométrie euclidienne en dimension 2, on pouvait faire des dessins pour voir « ce qui se passait ». Il semble que beaucoup de candidats ont manipulé des calculs sans aucune réalité.

Rappelons que la décomposition canonique d'un trinôme du second degré peut souvent être efficace, à condition ici de savoir que  $1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$ ...

## Conclusion

Il nous semblait que le sujet permettait aux candidats d'utiliser les résultats du cours et quelques questions, plus fines, devaient permettre aux meilleurs de s'exprimer pleinement.

Or, il s'avère que des résultats élémentaires (théorème fondamental de l'analyse, fonctions périodiques par exemple) sont méconnus de trop nombreux candidats et les théorèmes classiques du programme sont souvent approximatifs, mal compris. Cela est très décevant.

Dans l'ensemble, nous constatons un grand manque de rigueur dans la rédaction : il ne suffit pas de dire « clairement, on a ... » pour effectuer une démonstration correcte. Rappelons qu'il est indispensable de vérifier toutes les hypothèses d'un théorème pour l'utiliser.

Nous avons trouvé les copies souvent mal présentées, sales, mal rédigées : rayures dans tous les sens, questions faites dans le désordre, phrases sans queue ni tête...

Le manque de professeur en présentiel depuis le mois de mars ainsi que les difficultés liées au confinement peuvent expliquer en partie ce constat.

\* \* \* \* \*

## Sujet

### Exercice 1.

Pour tout entier naturel  $n$ , on définit sur l'intervalle  $J = [1, +\infty[$  la fonction  $f_n$  par :

$$f_n(x) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{1+nx}}$$

1. Démontrer que la série de fonctions  $\sum_{n \geq 0} f_n$  converge simplement sur  $J$ .

On note alors pour tout  $x$  de  $J$ ,  $\varphi(x)$  sa somme.

2. Montrer que cette série de fonctions ne converge pas normalement sur  $J$ .
3. Étudier alors sa convergence uniforme sur  $J$ .

4. Déterminer  $\ell = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} f_n(x)$ .

5. Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose  $u_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ .