

## Composition de Mathématiques

### FILIERE PC (XEULC)

#### Commentaires généraux

Après la démonstration de plusieurs inégalités dans les deux premières parties, le sujet établissait une majoration d'une probabilité impliquant des lois binomiales. La dernière partie utilisait cette dernière égalité pour montrer la possibilité de la reconstruction d'un signal bruité. La progression de difficulté était lente au sein des différentes parties, chacune d'entre elles étant de difficulté similaire hormis la dernière qui était singulièrement plus difficile puisqu'elle introduisait un nouveau contexte. La présence de multiples questions intermédiaires proposait un découpage très détaillé facilitant ainsi la résolution de nombreuses questions.

Rappelons que le candidat a grand intérêt à lire le sujet intégralement avant de commencer à le traiter et à faire preuve de perspicacité pendant cette lecture.

Il est regrettable qu'une partie non négligeable des candidats fassent preuve d'un manque de rigueur sur des questions élémentaires comme la multiplication à gauche ou droite par une matrice diagonale ou oublient simplement de montrer une partie d'un résultat.

Les correcteurs ont apprécié les efforts faits par une grande partie des candidats dans leur rédaction. Il faut maintenir celui-ci en continuant non seulement à énoncer entièrement les théorèmes mais en vérifiant aussi toutes leurs hypothèses. Il faut également être clair et précis dans sa rédaction et ne pas omettre de quantificateurs aux passages cruciaux des démonstrations. Entre autres, il est important de bien mettre en évidence les points clés d'une démonstration (nom d'un théorème, hypothèse importante utilisée, etc), en les entourant par exemple. C'est plus important que d'entourer la solution elle-même (que le correcteur connaît, voire qui est donnée dans le sujet) et cela détermine pour le correcteur la compréhension ou non de la question par le candidat. Dans le même ordre d'idée, lorsque les candidats utilisent

les résultats des questions précédentes, il faut absolument les mentionner proprement.

Concernant la présentation des copies, le nombre de copies très mal écrites est heureusement en diminution. Il faut absolument que les candidats aient en mémoire que la copie est un endroit où l'on rend un résultat propre, abouti, réfléchi et rédigé. Ce n'est pas une feuille de brouillon ! Nous avons encore tenu compte cette année de la présentation dans la notation.

Concernant la stratégie, c'est en faisant avec soin les questions un peu difficiles, celles qui demandent un peu de travail, de réflexion ou de calcul, que l'on gagne réellement des points, pas en survolant toutes les questions et en répondant à toutes celles qui sont faciles. On peut dire sans exagérer qu'environ 75% des candidats font le même lot de questions, avec plus ou moins de bonheur. Les candidats qui font vraiment la différence sont ceux qui font deux ou trois questions plus difficiles, plus longues, où il y a un raisonnement en 2 ou 3 étapes à faire. Par ailleurs, il est également stratégiquement intéressant de répondre correctement et avec soin, sans les bâcler, aux premières questions du sujet.

La qualité de la présentation et de la rédaction était notée sur 3,1 points. Passons maintenant au détail, question par question.

## Préliminaire

Ces préliminaires, s'ils étaient entièrement et correctement traités, pouvait rapporter 2,8 points.

1. Aucune difficulté pour ce calcul élémentaire. Heureusement la très grande majorité des candidats a répondu correctement à cette question.
2. Question très simple mais qui a déjà été mal traitée par un nombre trop important de candidats.
3. Là encore aucune difficulté particulière mais manifestement trouvée encore plus difficile par les candidats.
4. Question qui, bien que peu originale, a posé des difficultés considérables aux candidats.

Répartition des notes  
des candidats français :

$0 \leq N < 4$	20	1,45%
$4 \leq N < 8$	493	35,70%
$8 \leq N < 12$	581	42,07%
$12 \leq N < 16$	217	15,71%
$16 \leq N \leq 20$	70	5,07%
Total :	1381	100%
Nombre de copies :	1381	
Note moyenne :	9,45	
Ecart-type :	3,36	

## I – Première partie

Cette première partie, si elle était entièrement et correctement traitée, pouvait rapporter 4,1 points.

**5.** Beaucoup de candidats ont bien vérifié l'une des deux conditions nécessaires pour montrer que  $M$  est unitaire. Malheureusement, un trop grand nombre d'entre eux s'est arrêté là et n'a jamais montré la seconde condition.

**6.** Cette question a donné lieu à un nombre incroyablement important de fautes de calcul matriciel. Un simple calcul par récurrence permettait de montrer le résultat.

**7.** Beaucoup de confusion entre  $|\cdot|$  et  $\|\cdot\|$ . Très peu de réussite à cette question.

**8.** Encore moins de réussite à cette question où il suffisait de combiner les résultats précédents.

## II – Deuxième partie

Cette deuxième partie, si elle était entièrement traitée, pouvait rapporter 3,8 points.

**9.** Cette inégalité a été montrée correctement par la plupart des candidats.

**10.a** Un très petit nombre de candidat a vu qu'il s'agissait d'une conséquence directe du Théorème 1.

**10.b** Quelques rares candidats ont convenablement découpé l'intervalle puis obtenu l'inégalité.

**11.** La preuve complète du théorème n'a été faite que par une poignée de candidats. D'autres ont montré un résultat qui supposait encore que  $a_0 = 1$  et n'ont pas su, (ou pensé à) s'affranchir de cette condition.

## III – Troisième partie

Cette partie III, si elle était entièrement traitée, pouvait rapporter 6,7 points.

**12.a**, **12.b** et **12.c**. Cet ensemble de questions a été plutôt bien traité par les candidats. L'inégalité de la question **12.b** était la plus difficile de ces trois questions.

**13.a** La meilleure manière de comprendre cette inégalité est de faire un graphique. Un faible nombre de candidats a réussi cette question.

**13.b** Ce calcul très simple a été mené correctement par une grande partie des candidats.

**13.c** Question assez longue qui a été traitée correctement par peu de candidats.

**13.d** Il fallait penser à utiliser l'inégalité montrée précédemment puis minimiser l'inégalité en résultant. Cette question a été traitée correctement par peu de candidats.

**14.** Pour montrer le théorème il fallait utiliser les résultats précédents et ne pas oublier de considérer les autres cas  $p = q$  et  $p > q$ .

## IV – Quatrième partie

Cette première partie, si elle était entièrement et correctement traitée, pouvait rapporter 11,3 points.

**15.a.** Cette inégalité classique n'a pu être retrouvée que par un nombre moyen de candidats. Il suffisait, par exemple, de faire une étude de fonction.

**15.b.** Il fallait commencer par un calcul de module. Celui-ci a été mal traité par un grand nombre de candidats. Ceux qui l'ont fait correctement ont généralement su utiliser l'inégalité précédente pour conclure.

**16.a.** La seule difficulté de cette question résidait dans le fait d'écrire des explications claires pour justifier l'égalité.

**16.b.** Là encore, cette question n'était pas difficile même si elle a été boudée par la plupart des candidats.

**16.c.** Bien que le calcul ait semblé difficile à la plupart des candidats, il suffisait de se laisser porter par les résultats précédents.

**17.a.** Dernière question abordée et traitée par un nombre non infime de candidats. Ceux-ci ont souvent vu la similitude de l'inégalité à montrer avec le théorème 2.

**17.b.** Cette question a été traitée correctement par très peu de candidats.

**17.c.** Seuls quelques candidats ont abordé cette question et encore moins l'ont résolu avec justesse.

**18.** Cette dernière question a été traitée et résolue par encore moins de candidats que la précédente.