

Mathématiques 1

Présentation du sujet

Le sujet de mathématiques 1 de la filière PSI est consacré au thème probabiliste connu des « grandes déviations ». Il est constitué de deux grandes parties de longueurs sensiblement égales :

- une première partie visant à introduire quelques résultats préliminaires (autour de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev et autour des suites sur-additives) ;
- une seconde partie qui est le cœur du problème : exposant des grandes déviations, majorations des grandes déviations et théorème de Cramer.

Une bonne maîtrise des chapitres sur les probabilités et les variables aléatoires est indispensable pour traiter correctement ce sujet, mais quelques autres chapitres d'analyse (séries de fonctions, fonctions numériques, propriétés de $\mathbb{R}$) entrent également en jeu.

Analyse globale des résultats

Les correcteurs ont pu constater que les candidats connaissent les propriétés de base sur les probabilités (lois usuelles, propriétés de l'espérance, fonctions génératrices). La sous-partie **I.A** a ainsi été plutôt réussie.

En revanche, certaines notions mathématiques sont moins bien maîtrisées : continuité et caractère C^∞ d'une série de fonctions, utilisation des bornes inférieures, manipulation plus fines des probabilités (probabilité d'une union ou d'une intersection, majoration, minoration, passage d'une propriété sur des événements aux propriétés sur les probabilités).

Le sujet est d'une longueur raisonnable et certains candidats ont pu en traiter presque les trois quarts. Les parties sont de difficultés inégales : si de très nombreux candidats ont pu traiter correctement une grande majorité des questions de la partie **I**, les questions des sous-parties **II.B** et **II.C** ont en revanche été moins réussies.

La majorité des copies est assez clairement présentée, avec des questions numérotées correctement, traitées dans l'ordre et des résultats encadrés. Ceux qui dérogent à ces règles de base font tout de suite mauvaise impression et prennent le risque d'être moins bien compris par les correcteurs.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Le jury souhaite insister sur un certain nombre de points qui ont souvent posé problèmes aux candidats.

- Les candidats doivent faire un effort de présentation des copies, numéroté les questions, les traiter dans l'ordre (quitte à laisser des blancs pour y revenir) et encadrer leurs résultats.
- L'utilisation des abréviations doit être limitée : si certaines (CV, CVS...) sont très couramment utilisées, d'autres (CVUSTS ...) le sont nettement moins.
- On note un manque de maîtrise dans le maniement élémentaire des inégalités. L'importance de la positivité pour les produits est trop souvent ignorée et conduit à des erreurs.

- Le maniement de la valeur absolue n'est pas toujours très assuré.
- Les équivalents sont souvent source d'erreurs (**I.A.3b** où y^k disparaît). Rappelons notamment qu'il est interdit d'additionner des équivalents.
- Les théorèmes de continuité et dérivabilité des séries de fonctions ne sont pas bien appliqués. Si les énoncés sont globalement sus, le sens des convergences uniformes et normales n'est que rarement compris.
- Il n'est pas nécessaire d'utiliser ces mêmes théorèmes sur les séries de fonctions lorsqu'on a affaire à une somme *finie* de fonctions.
- Le problème de l'existence de l'espérance est la plupart du temps ignoré par les candidats.
- Dans l'écriture de la division euclidienne, les étudiants négligent presque systématiquement le point clef, qui est l'encadrement du reste.
- Les candidats doivent s'interroger sur la pertinence de leurs propos lorsqu'ils écrivent par exemple $P(X)$, ou encore $P(A) \cup P(B)$.
- La notion d'indépendance est utile pour le calcul de $V(X + Y)$ mais ne l'est pas pour le calcul de $E(X + Y)$.
- Le théorème de transfert est rarement énoncé correctement.
- Lorsqu'une variable aléatoire est bornée, son univers image n'est pas nécessairement fini.

Le jury a apprécié les points suivants.

- Les lois usuelles (ici, loi de Poisson et loi géométrique) sont bien connues d'une grande majorité des candidats.
- Une majorité des copies est bien présentée, avec des résultats encadrés.
- Le jury a pris beaucoup de plaisir à lire certaines excellentes copies.

Conclusion

Le sujet était d'une longueur raisonnable et malgré la difficulté de certaines parties, il a permis de mettre en évidence les sujets maîtrisés par une majorité de candidats, mais aussi les notions posant problème (propriétés de $\mathbb{R}$, séries de fonctions).

À l'aide d'une courte réflexion au brouillon et en évitant de commencer la rédaction aussitôt l'énoncé lu, de nombreuses erreurs grossières pourraient être évitées. De même, quelques exemples simples vus tout au long de l'année donneraient aux candidats des idées élémentaires permettant de comprendre de nombreuses questions et d'en mesurer la difficulté.