1/ Présentation du sujet

L'énoncé se composait de deux exercices indépendants et d'un problème avec 18 questions.
Les connaissances de cours concernaient essentiellement l'analyse : calcul différentiel, familles sommables, séries, séries de fonctions, convergence normale et uniforme, intégration terme à terme. Aucun calcul conséquent n'était demandé et beaucoup des résultats à démontrer étaient donnés par l'énoncé. Les séries de Fourier n'étant plus au programme, le problème proposait de travailler avec des séries trigonométriques en tant que séries de fonctions.

2/ Remarques générales

Même si les deux exercices abordent des notions pleinement dans le programme de la filière MP, celles-ci sont malgré tout souvent peu prisées par les étudiants, d'où un manque de maîtrise très marqué. On rappelle que les sujets balayent l'ensemble du programme et que, avec la présence possible d'un ou deux exercices dans les sujets CCP, tous les chapitres peuvent être représentés.
On notera que le premier exercice reste assez élémentaire pour le candidat ayant travaillé le chapitre du calcul différentiel.
Le sujet était de longueur raisonnable (quelques candidats ont traité l'intégralité des questions), bien construit, progressif, précis et sans erreur.
L'épreuve permet parfaitement de classer les candidats et récompense très souvent les candidats moyens mais travailleurs et rigoureux.
Les notions de convergence uniforme et les grands théorèmes classiques d'analyse ne sont pas suffisamment maîtrisés.

On conseille fortement aux futurs candidats de mettre en évidence les résultats : souligner ou encadrer les résultats rend la copie bien plus agréable.

La moyenne est de 10,28 avec un écart-type de 4,18.

Quelques conseils

1. Éviter d'essayer de tromper les correcteurs en « trafiquant les calculs » ; ceci indispose le correcteur.
2. Certaines réponses peuvent tenir en une ou deux lignes (les candidats passent par 6 ou 7 étapes intermédiaires là où 2 devraient suffire).
3. Penser à réutiliser un résultat déjà établi.
4. Citer tous les théorèmes utilisés.

5. Rappeler toutes les hypothèses utiles lors de l'utilisation d'un théorème mêmes si elles figurent 4 lignes plus haut ou à la question précédente.
6. Soigner les majorations.
7. Numéroter les copies et les rendre dans le bon ordre.
8. Commencer l'épreuve par une lecture « diagonale » du sujet, vous pourrez ainsi mieux vous imprégner du texte.
9. C'est perdre son temps que de recopier l'énoncé avant chaque réponse.
10. Prendre le temps de bien comprendre la question avant de répondre.

Conclusion

L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- l'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base ;
- les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur ;
- l'aptitude à savoir manipuler sa calculatrice ;
- le soin apporté à la présentation de son travail (souligner ou encadrer les résultats).

Un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir la moyenne au moins.

3/ Remarques détaillées par question

Premier exercice

Q1. La jacobienne de *f* n'est pas toujours au bon format. De nombreux candidats déduisent la différentiabilité (sur R^2) de l'existence de dérivées partielles, alors que cette condition n'assure même pas toujours la continuité.

Q2. La plupart des candidats se trompent sur l'image d'un vecteur par la différentielle en un point. Confusions entre (x,y) et (u,v).

Deuxième exercice

Q3. Question souvent réussie.

Q4. Question difficile et peu traitée. Peu de candidats ont pensé à utiliser une partition de *A*.

Problème

Q5. Majoration généralement correcte, mais parfois oubli des valeurs absolues. Tous les candidats ne pensent pas forcément à utiliser les séries géométriques, certains semblent même ne pas les connaître du tout. Ainsi, ils comparent parfois avec le terme général d'une série de Riemann ou bien utilisent d'Alembert.
Quelques élèves, hélas, se contentent de dire que le majorant tend vers 0, sans s'occuper de la nature de la série dont il est le terme général.

Attention à une confusion fréquente : la partie réelle de $1/z$ n'est pas l'inverse de la partie réelle de z.

Q6. Question souvent bien traitée.

Q7. Exemple juste mais parfois non expliqué. Certains montrent même qu'il n'y a pas convergence normale et en déduisent qu'il n'y a pas convergence simple (implication inversée). La référence à $x = 0$ est quand même assez fréquemment présente.

Q8. L'erreur la plus classique ici consiste à majorer $|\sin(nx)|$ par 1 : on a alors majoré par le terme général d'une série divergente mais on ne peut rien en conclure….

Q9. Attention ici aussi aux places des valeurs absolues dans les majorations (on voit souvent $|a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)| \leq |a_n + b_n|$). Excepté cette confusion, cette question est généralement bien traitée.

Q10. Cette question a été discriminante. Peu de candidats factorisent l'expression par $\sqrt{a^2 + b^2}$ pour faire apparaître une formule de trigonométrie. On pouvait également évoquer le produit scalaire et le cas d'égalité.

Q11. Ceux qui voient le lien avec la question 10 la traitent correctement. A noter des affirmations gratuites comme « $a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ tend vers 0 donc a_n et b_n tendent vers 0 ».

Q12. Pour la continuité de la fonction f, penser à utiliser deux hypothèses : la continuité des fonctions $x \mapsto a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ et la convergence uniforme de la série.

Q13. Question plutôt réussie. Quelques erreurs dans les linéarisations. Beaucoup ne voient pas que la fonction de la seconde intégrale est impaire.

Q14. Des candidats perdent des points pour ne pas avoir justifié l'interversion série/intégrale.

Q15. Des candidats n'ont pas compris que l'hypothèse de la question 14 n'était plus supposée dans cette question (f est seulement supposée continue 2π périodique), alors qu'on attendait d'eux qu'ils reprennent le raisonnement de la question 14 avec g.

Q16. Beaucoup pensent à poser $h = f - g$, mais peu justifient que h est continue.

Q17. Une des questions qui a le plus inspiré les candidats. Toutefois certains ont « perdu » le facteur $1/\pi$, ce qui va les pénaliser pour Q18…

Q18. Il est surprenant de constater que le tracé de la courbe a posé des problèmes à de nombreux candidats. Beaucoup d'erreurs de calcul dans cette question, ce qui est dommage car un calcul juste conditionnait la réussite de la question suivante.

Q19. À ce niveau, certains élèves qui n'ont pas fait les questions précédentes, partent du résultat fourni dans l'exercice 2 (ou de la valeur qu'ils connaissent), pour en déduire les autres sommes. Ce résultat connu permet aussi à certains (mais pas à tous !) de se rendre compte de leurs erreurs précédentes.

Q20. L'intégrabilité est généralement bien justifiée et le développement en série entière de $\ln(1+x)$ connu. Par contre, peu de candidats justifient correctement l'interversion intégrale/somme. La plupart des candidats invoquent à tort le seul fait que la fonction est développable en série entière pour intervertir intégrale et somme.

Q21. Très peu de candidats pensent au contre-exemple de la question 18. Le théorème de dérivation des séries de fonctions est souvent connu des candidats. Attention on peut lire : « une condition suffisante est qu'il faut que les deux séries … »)

Q22. Cette question est plutôt bien faite par ceux qui l'ont abordée et qui avaient fait correctement Q5 jusqu'au bout.