

**Composition de Physique A, Filière PC
(XE)**

Rapport de MM. Bernard ANDRIEU, Emmanuel LEVÊQUE et Stéphane NONNENMACHER, correcteurs.

Le sujet comportait trois parties, traitant de la dynamique d'une voile solaire. La première partie établissait l'expression de la pression de radiation du flux électromagnétique solaire sur une plaque conductrice plane, débouchant sur une application numérique liée à une véritable expérience de voile solaire. La seconde étudiait les trajectoires d'une voile solaire soumise conjointement à l'attraction gravitationnelle solaire et à la pression de radiation. Dans la dernière partie on tenait compte également de l'attraction gravitationnelle terrestre, et on déterminait l'effet du vent solaire sur les satellites situés aux « points de Lagrange ».

La répartition des notes est résumée dans le tableau suivant :

| | | |
|-------------------------|------|---------|
| $0 \leq N < 4$ | 190 | 14,45 % |
| $4 \leq N < 8$ | 570 | 43,35 % |
| $8 \leq N < 12$ | 358 | 27,22 % |
| $12 \leq N < 16$ | 143 | 10,87 % |
| $16 \leq N \leq 20$ | 54 | 4,11 % |
| Total | 1315 | 100 % |
| Nombre de copies : 1315 | | |
| Note moyenne : 7,76 | | |
| Écart-type : 3,91 | | |

Remarques générales :

Ce sujet ne nécessitait pas de développements calculatoires mais faisait plutôt appel au sens physique, en particulier dans la première et la seconde partie.

Rappelons comme chaque année quelques règles générales :

- Sauf mention explicite, il ne suffit pas que le résultat final soit correct pour obtenir le maximum de points. Un raisonnement rigoureux, clairement exprimé et, le cas échéant, accompagné d'un dessin explicatif, sont également requis.
- Les calculs numériques, dont on attendait surtout des ordres de grandeur, ont posé des problèmes à une majorité des candidats. Le taux de réussite à ces questions élémentaires a été anormalement bas.
- Les développements limités ont également été problématiques ; moins d'un candidat sur dix est parvenu à établir le développement au premier ordre demandé en **III.1**.

Commentaires par question

Partie I

Une série de questions (**I.8** à **I.11**) étaient interdépendantes, ce qui a donné lieu à des cascades d'erreurs lorsque le début n'était pas traité correctement. Cependant, un second raisonnement (en **I.12**) permettait au candidat de retrouver le résultat de **I.9** et de se corriger si nécessaire. Malheureusement, beaucoup de candidats n'ont pas saisi cette occasion, préférant continuer, sans chercher à corriger leur erreur.

I.1 La plupart des candidats a bien répondu à la question de cours, ainsi qu'au calcul de décroissance exponentielle. Certains définissent le courant par $\vec{j} = \rho\vec{v}$, sans préciser que ρ n'est pas la densité de charge, nulle dans le conducteur, mais la densité de charges mobiles. L'inattention a conduit quelques candidats à donner pour τ l'inverse de la valeur correcte.

I.2 Cette question de cours a été bien traitée dans l'ensemble.

I.3 Cette question n'a pas été bien abordée en général. On attendait une description « mécanique » du phénomène : les charges mobiles du conducteur sont accélérées par le champ extérieur, engendrant un champ induit s'opposant au champ incident, donnant lieu à l'effet de peau. La plupart se sont contentés de rappeler les lois de discontinuité des champs, et de mentionner l'effet de peau sans explication.

I.4 Pour critère de validité, de nombreux candidats ont répondu que la conductivité devait être infinie. Plus précisément, on attendait une comparaison entre deux grandeurs de même dimension, telles que l'épaisseur de peau et la longueur d'onde du rayonnement incident. Certains ont comparé l'épaisseur de peau avec une longueur caractéristique du conducteur ou du problème, sans préciser cette longueur. Cette réponse trop vague n'a pas été récompensée. La plupart ont bien répondu quant à la réflexion totale de l'onde.

I.5 La plupart des candidats a bien répondu, et beaucoup ont fait le raisonnement dimensionnel expliquant pourquoi le terme de courant de déplacement était négligeable. Dans certains cas, la bonne solution à cette question a permis de récupérer une partie des points du **I.4**.

I.6 Attention à l'énoncé qui demandait explicitement « l'expression de la force volumique de Laplace en un point du conducteur ». On attendait donc l'expression de la force par unité de volume, et non l'intégrale sur tout le volume.

I.7 Question difficile et globalement mal traitée malgré le résultat donné dans l'énoncé. Comme toujours en pareil cas, on attendait une démonstration précise, et non quelques idées vagues. De nombreux candidats ont montré à bon escient que $(\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{B}$ prenait ici la forme de $-\frac{1}{2}\partial_x \|\vec{B}\|^2 \vec{e}_x$ avec \vec{e}_x la direction de propagation de l'onde incidente, mais la suite a le plus souvent manqué de rigueur. Il fallait poser correctement l'intégrale en volume, en précisant ses bornes, pour mener avec rigueur le calcul de la force totale.

Certains candidats ont raisonné par analogie avec la mécanique des fluides, en comparant la force volumique de Laplace à la force volumique liée à la pression hydrodynamique. Pousser plus loin l'analogie en assimilant la pression de radiation, telle que définie dans l'énoncé, à la pression hydrodynamique n'était cependant pas correct, même si cela permettait d'obtenir le résultat demandé.

Quelques très bons candidats ont réussi à traiter cette question dans le cadre du conducteur parfait ; on ne peut alors intégrer la force (volumique) de Laplace, puisque le courant est surfacique et le champ discontinu.

Un certain nombre d'explications fantaisistes ont été relevées pour justifier le facteur $\frac{1}{2}$, comme « seule la moitié du conducteur est exposée à l'onde incidente ».

I.8 Peu de bonnes réponses avec le facteur 2, et encore moins de réponses avec une explication satisfaisante, utilisant simplement les relations de continuité des champs à la surface du conducteur et les formules reliant les champs électrique et magnétique pour une onde plane monochromatique.

I.9 De façon décevante, peu de bonnes réponses à cette question. Beaucoup de candidats confondent champ incident et champ total, ou ont mal répondu au **I.8**, impliquant une erreur sur le facteur de proportionnalité. Cette erreur, souvent due à une lecture trop rapide de l'énoncé, se répercutait malheureusement sur les deux questions suivantes.

I.10 Là encore, beaucoup d'erreurs de préfacteur. Les candidats ont dû trouver improbable que la pression puisse être deux fois plus grande que le vecteur de Poynting. Certains ont confondu la moyenne temporelle et la valeur instantanée du vecteur de Poynting pour calculer la pression, et ont obtenu ainsi un résultat faux d'un facteur 2.

I.11 Malgré l'unité en W.m^{-2} de l'énoncé, le flux surfacique Φ_0 a souvent été interprété comme un flux total. Du coup, certains candidats ont obtenu des valeurs aberrantes pour la pression P_0 (allant de 10^{-9} à 10^{11} Pa). Nous avons toléré une valeur numérique fautive en raison d'une erreur de préfacteur, tant que l'ordre de grandeur restait correct et le calcul cohérent. Ces valeurs fantaisistes ont donné lieu à des considérations parfois métaphysiques et amusantes : « c'est une valeur faible, mais heureusement, sinon il y aurait des conséquences sur la vie sur Terre », ou « $P_0 = 10^{11}$ Pa : c'est une pression énorme, il est probable que les approximations du conducteur parfait en soient l'origine ».

I.12 La plupart des candidats n'ont donné qu'une réponse qualitative : la pression diminue par un effet de dilution de l'énergie électromagnétique [*sic*]. Ici, bien que cela n'était pas indiqué explicitement dans l'énoncé, on attendait une réponse plus précise : décroissance en $1/D^2$ ou décroissance par conservation du flux électromagnétique.

I.13 Cette question un peu « originale », faisant apparaître un raisonnement corpusculaire, a été bien traitée par un certain nombre de candidats. En particulier, le facteur 2 a été obtenu correctement plus souvent qu'en **I.10**. Malheureusement, lorsque **I.13** a été bien traitée mais en contradiction avec **I.10**, certains ont choisi la mauvaise réponse en ar-

gumentant finalement que seul un photon sur deux (se dirigeant dans la bonne direction) percutait la surface du conducteur.

Beaucoup de candidats ont voulu faire apparaître un facteur $\frac{1}{6}$, comme dans la théorie cinétique des gaz. Les candidats ont aussi souvent essayé de retrouver des formules d'impulsion ou d'énergie contenant un facteur de masse, en dépit du caractère non massif du photon.

I.14 Ici, très peu de bons résultats : la plupart des candidats ayant traité cette question ont bien fait apparaître un premier facteur $\cos(\alpha)$ mais ont oublié un second facteur dû à l'effet de volume.

I.15 On attendait deux calculs : le lien entre la force et le gain de vitesse en un mois donné par le principe fondamental de la dynamique, qui est indépendant du reste du problème, et le calcul de la force à partir de la pression calculée en **I.11**. On a accepté des calculs approximatifs mais correctement posés. Des calculs incohérents ont donné lieu à des réflexions inutiles : « Comme souvent les informations de Wikipedia ne sont pas assez précises ».

Partie II

Cette partie étudiait l'influence de la pression de radiation sur la trajectoire d'une voile solaire en orbite autour du soleil. On ne considérait ici que des trajectoires planes képlériennes. En particulier, on devait observer des différences qualitatives de trajectoire en fonction d'un paramètre de contrôle, la masse surfacique de la voile solaire. Cette partie était peu calculatoire et faisait appel à des propriétés simples de mécanique du point soumis à une force centrale. Nous avons constaté une forte confusion, de la part des candidats, entre énergie mécanique totale et énergie potentielle.

II.1 Question bien traitée dans l'ensemble, avec un raisonnement correct.

II.2 Ici on devait retrouver le fait que la force de radiation diminue comme $1/r^2$ (résultat attendu du **I.12**). Un nombre assez important de candidats ont postulé une dépendance en $1/r$, correspondant probablement à la fonction décroissante la plus simple. Un petit nombre a même obtenu une pression croissante $P(r) \propto r$!

II.3 Question simple si les deux précédentes étaient justes. Beaucoup de candidats, ayant obtenu $P \propto 1/r$ en **II.2**, sont parvenus à retrouver la bonne expression pour σ_c mais en assimilant injustement r à D ; dans ce cas nous n'avons bien sûr pas octroyé les points.

II.4 Cette application numérique était simple, à partir du moment où la formule du **II.3** était juste, et la valeur de P_0 au **I.11** approximativement juste. Nous avons cependant déploré beaucoup d'erreurs de calcul : oubli de la conversion entre mètres et kilomètres, oubli du carré au dénominateur, etc.

Un certain nombre de candidats ont oublié de traiter la seconde partie de la question concernant l'épaisseur de la voile. L'ordre de grandeur de cette épaisseur était suggéré par l'énoncé du **I.15**. Cela n'a pas empêché bon nombre de candidats d'obtenir des valeurs fantaisistes, allant de 10^{-21} m à 10^9 m.

II.5 Le calcul de l'énergie potentielle était simple, à partir du moment où le calcul de la force en **II.2** était exact : il s'agissait alors d'ajouter deux forces coulombiennes de signes opposés. On a souvent vu apparaître un terme d'énergie logarithmique, dû à une pression en $1/r$. Même lorsque l'expression de l'énergie était bonne, la discussion sur le type de trajectoire en fonction de σ/σ_c s'est avérée très décevante. De très nombreux candidats ont confondu « énergie potentielle » et « énergie mécanique », et ont oublié le terme d'énergie cinétique. Dans le cas $\sigma = \sigma_c$ où on attendait une trajectoire rectiligne uniforme, un grand nombre de candidats ont répondu « trajectoire circulaire », et moins d'un candidat sur vingt a obtenu la bonne réponse. Ces nombreux échecs dénotent un manque certain de réflexion physique et de recul face aux calculs, accompagné de connaissances souvent très approximatives.

Nous avons relevé quelques perles : « Les trajectoires seront respectivement circulaire convergente, circulaire uniforme et circulaire divergente » ou « la trajectoire est parabolique ou hyperbolique ».

II.6 Certains candidats ont cru que l'énergie mécanique était continue en $t = t_0$ lors du déploiement de la voile solaire, alors que c'est l'énergie cinétique qui l'était. Néanmoins, beaucoup plus de bonnes réponses qu'en **I.5** ; il s'agissait effectivement ici d'un critère sur l'énergie mécanique coulombienne. Certains ont interprété r comme la distance variable au Soleil, alors qu'il s'agissait ici de la distance sur la trajectoire circulaire initiale.

Les schémas ont été assez décevants. Beaucoup d'ellipses avaient comme centre, et non comme foyer, le Soleil, et on ne voyait pas la continuité entre ellipse, parabole et hyperbole. Très peu ont montré la distinction entre hyperbole attractive, trajectoire rectiligne et hyperbole répulsive.

II.7 Comme très peu de candidats ont correctement répondu à **I.14**, d'autant moins ont obtenu des points à cette question.

II.8 La plupart des candidats a bien énoncé le théorème du moment cinétique, et donné l'expression du moment cinétique en fonction de r et v_θ . Nous avons cependant relevé quelques confusions entre moment cinétique et moment d'inertie. Par contre, la dérivée temporelle du produit (rv_θ) , s'est souvent avérée fautive, de nombreux candidats oubliant de dériver v_θ , tout en ayant sous les yeux l'expression **II.1** de v_θ en fonction de r !

II.9 Il ne suffisait pas de représenter une spirale quelconque, encore fallait-il qu'elle soit « resserrée » du fait de la petitesse du rapport v_r/v_θ . Une poignée de bons candidats a précisé que la spirale pouvait être convergente ou divergente selon le signe de l'angle α .

II.10 Très peu de réponses à cette question, et encore moins de bonnes réponses car il fallait la bonne expression du coefficient β au **II.7**.

Partie III

Dans cette partie le satellite était soumis à la gravité solaire et à la gravité terrestre. Un calcul d'effet de marée au voisinage de l'orbite terrestre permettait de trouver les deux « points de Lagrange ». Ensuite on perturbait ces points en tenant compte de la pression de radiation solaire.

III.1 Cette question était la plus calculatoire de l'épreuve. Il s'agissait d'abord d'écrire l'expression tridimensionnelle exacte des forces de gravité solaire et centrifuge. Cette première partie de la question a été très mal traitée, la plupart des candidats considérant la force centrifuge comme une force centrale. Par conséquent, le développement limité à l'ordre 1 s'est révélé presque toujours faux. Nous avons tout de même accordé la moitié des points si la valeur le long de l'axe Ox était correcte, celle-ci étant responsable de l'effet de marée traité en **III.2**. Par ailleurs, certains candidats ont cru que c'était l'expression de la vitesse de rotation ω qu'il s'agissait de développer. De nombreuses erreurs de signe ont été constatées ; certains candidats n'ont pas été surpris de trouver des forces de gravité répulsives !

III.2 Il fallait faire attention à la position relative du satellite et de la Terre, afin de bien mettre en évidence deux points de Lagrange symétriques par rapport à la Terre. Beaucoup de candidats se sont contentés d'exhiber un seul point d'équilibre, à la distance d . On a alors quand même mis une partie des points si la valeur de d était correcte.

III.3 Calcul facile. On a accordé les points si l'ordre de grandeur était correct, par exemple s'il manquait un facteur numérique d'ordre 1 dans l'expression de d . Certains candidats ont trouvé une distance de l'ordre de 100 km du centre de la Terre, sans réagir.

III.4 Cette question, peu calculatoire en réalité, nécessitait d'avoir obtenu des résultats corrects en **III.1**, et de bien poser la condition d'équilibre. Elle n'a été bien traitée par aucun des candidats. Quelques candidats ont raisonné uniquement le long de l'axe Ox , auquel cas la moitié des points a été attribuée.

III.5 Question facile faisant appel au théorème de Thalès, qui n'a généralement pas posé de problèmes aux candidats arrivés jusque là. Un dessin explicatif était bien sûr le bienvenu.

III.6 Calcul facile. Normalement δ doit être un peu plus petit que d .

III.7 Les candidats ayant traité cette question ont en général énoncé une évidence : la voile ne subit plus la force de pression lorsqu'elle est dans la zone d'ombre. Certes, il était difficile d'en dire plus en l'absence du schéma de la question **III.4**.