Composition de Physique A, Filière PC
(XE)

Rapport de MM. Bernard ANDRIEU, Emmanuel LEVÊQUE et Stéphane NONNENMACHER, correcteurs.

Le sujet comportait quatre parties de difficultés assez comparables, traitant des oscillations d'une bulle d'air comprise dans un grand volume d'eau. Les parties se distinguent par les différentes hypothèses : la première partie traite des oscillations libres dans une eau supposée incompressible, la seconde introduit un forçage, la troisième partie est de nouveau "libre" mais avec une eau compressible, enfin la dernière partie conjugue compressibilité et forçage, afin d'aboutir à une situation expérimentale réaliste.

Les quatre parties étaient largement liées et permettaient des recoupements, invitant ainsi les candidats à se corriger s'ils constataient des incohérences entre leurs résultats.

Chaque partie contenait quelques questions faciles, ou de cours. La majorité des candidats ont au moins abordé les quatre parties du problème, et les meilleurs ont répondu correctement à presque toutes les questions. Seule la dernière partie comportait des questions "très" calculatoires.

La répartition des notes est résumée dans le tableau suivant (pour les candidats français) :

$0 \leq N < 4$	201	14,98 %
$4 \leq N < 8$	483	35,99 %
$8 \leq N < 12$	394	29,36 %
$12 \leq N < 16$	216	16,10 %
$16 \leq N \leq 20$	48	3,58 %
Total	1342	100 %
Nombre de copies : 1342		
Note moyenne : 8,18		
Écart-type : 3,99		

Remarques générales :

- Sauf mention explicite, il ne suffit pas que le résultat final soit correct pour obtenir les points. Un raisonnement rigoureux, clairement exprimé, est également requis.
- Il est tout d'abord recommandé de bien lire l'énoncé de la question pour y répondre correctement : en régime sinusoïdal, l'amplitude complexe (un nombre complexe)

n'est pas la même chose que le module de l'amplitude (un nombre positif). Autre exemple : quand l'énoncé demande de « déterminer » une équation, on attend une démonstration. A l'inverse, « écrire » une équation connue par le cours n'exige aucun raisonnement, juste un rappel du résultat.

– Quand un raisonnement est attendu, toutes les étapes doivent en être explicitées, même de façon succincte. Les correcteurs ne sont pas supposés compléter les sous-entendus du raisonnement, en particulier pour des questions simples. De nombreuses copies sont ainsi sanctionnées et perdent des points bêtement, alors que le candidat a visiblement compris la question, mais a omis de mentionner des points cruciaux dans sa réponse. Pour la question IV.2 par exemple, il était nécessaire d'indiquer que l'équation de d'Alembert est une équation différentielle <u>linéaire</u> pour justifier que la somme de deux solutions est encore une solution.

  A contrario, il n'est pas utile pour autant (et il est même déconseillé) de fournir des explications trop détaillées. Certains candidats, reconnaissant une question traitée dans le cours, fournissent de nombreux détails et commentaires afin de montrer l'étendue de leurs connaissances. Ces détails inutiles leur font perdre de précieuses minutes, et peuvent contenir des erreurs dommageables.

– A lire la majorité des copies, on peut se demander si le simple bon sens ne devrait pas être au programme de l'enseignement de physique : il est assez stupéfiant que moins de 4 candidats sur 10 soient capables d'expliquer que ce qui oblige a immobiliser une bulle d'air dans l'eau est la poussée d'Archimède.

– Dans le même ordre d'idées, avant de tenter d'accumuler une masse très (trop) importante de connaissances, il serait préférable de commencer par maîtriser des pratiques et savoirs de base, tels que (en désordre) le calcul d'ordres de grandeur, le tracé de fonctions rationnelles simples, la différence entre dérivée partielle et dérivée convective, ou bien encore la signification physique de l'incompressibilité d'un liquide. Entraîner sa capacite de réflexion est également très utile pour répondre à des questions qualitatives qui ne demandent aucune connaissance particulière, ni de calcul compliqué.

Commentaires par question

Partie I

Cette partie examine les oscillations libres d'une bulle dans le cas d'un liquide incompressible, aboutissant à un système global (délocalisé, puisqu'il inclut la bulle et le liquide l'entourant) formant un oscillateur harmonique. Les calculs réclamés étaient simples, mais certaines questions réclament un peu de (bon) sens physique, qui s'est révélé assez rare. En particulier, la non-localité du phénomène (dû au caractère incompressible de l'eau, qui est donc entraînée "en bloc" par la vibration) a été très peu comprise.

I.1 La grande majorité des candidats a bien traité cette question, qui réclamait la connaissance de la loi de Laplace de détente adiabatique. Quelques-uns sont partis de la loi des gaz parfaits $PV = nRT$, malgré le mot « adiabatique » dans l'énoncé et la donnée du coefficient γ. Certains candidats se sont trompés dans le développement limité au 1er ordre (pourtant très simple).

I.2 Cette question, qui réclamait un peu de sens physique, s'est révélée catastrophique. Quasiment tous les candidats ont élaboré des raisonnements parfois sophistiqués mais faux, pour aboutir au résultat donné. Dans la grande majorité, ils argumentent que la pression est homogène et égale à P_0 dans le volume d'eau entourant la bulle, et égale à $P_0 + p_1$ de l'autre côté de l'interface, une hypothèse incohérente avec le principe d'équilibre quasistatique de l'interface, ainsi qu'avec la suite du problème (où on montre que la pression n'est pas uniforme dans le liquide). Il ont visiblement cru que « pression extérieure » signifiait « pression extérieure à la bulle », tandis qu'il fallait comprendre « pression de l'air extérieur au liquide ». La bonne réponse impliquait un raisonnement énergétique non-local, qui n'a été compris que par une poignée de candidats.

I.3 La bonne réponse passait par le travail infinitésimal des forces de pression, calculé au I.2, qu'il restait à exprimer comme l'opposé d'une différentielle (en utilisant I.1). La présence de l'expression « forces de pression » a apparemment encouragé de nombreux candidats à raisonner en se servant des forces locales (radiales) de pression, donnant lieu à des arguments souvent faux.

I.4 Pour cette question, il était simple et naturel de faire un bilan de flux de matière entre deux coquilles sphériques entourant la bulle. De nombreux candidats ont préféré une démonstration locale (donnant lieu à plus d'erreurs) en utilisant l'opérateur de divergence pour un champ à symétrie sphérique. Les deux démonstration ont été acceptées.

I.5 Nous rappelons qu'une énergie cinétique est toujours positive. Il était nécessaire ici de calculer l'énergie cinétique du volume d'eau en utilisant l'expression du champ de vitesse établie à la question précédente, et en intégrant sur les couches sphériques entre $r = R_0$ et $r = \infty$. De nombreux candidats ont simplement multiplié la vitesse de l'interface par la la masse d'eau correspondant au volume de la bulle, une expression aberrante physiquement, et donnant lieu à un résultat erroné.

I.6 La plupart des candidats ont bien obtenu l'équation de l'oscillateur harmonique, à partir des deux énergies données dans l'énoncé. Cependant, quand ce dernier demande de « montrer que le rayon de la bulle oscille à la pulsation $\omega = c/R_0$ », les correcteurs attendent en au moins une phrase qui énonce le résultat, avec des mots : la simple écriture de l'équation d'un oscillateur harmonique sans aucun commentaire n'est pas considérée comme suffisante. Les points pour l'expression de c n'ont pas été accordés lorsque la bonne expression a été obtenue « par chance » à partir d'expressions fausses pour K et M.

I.7 Le résultat découlait directement des questions I.1 et I.6, et nécessitait une expression correcte pour c. Après avoir traité la seconde partie du problème, certains candidats ont su corriger (ou obtenir) a posteriori le résultat de I.6, pour aboutir au bon résultat de la question I.7. Cette démarche constructive a été récompensée en attribuant les points à la question I.7, mais non à la question I.6 corrigée.

I.8 De nombreux candidats ont utilisé la notation c_s pour la vitesse du son dans l'air, alors que cette notation, donnée dans l'énoncé, était réservée à la vitesse du son dans l'eau.

Pour justifier l'approximation d'homogénéité, il fallait tout d'abord associer la vitesse du son dans la bulle à la vitesse de propagation des fluctuations de pression dans celle-ci, pour ensuite conclure à une rapide homogénéisation de la pression par rapport aux variations lentes du rayon de la bulle, suggérée par la comparaison précédente $c \ll c_s^{\text{air}}$. Certains candidats ont parlé à bon escient d'une variation quasi-statique de la pression dans la bulle, cependant la majorité n'a pas répondu correctement à cette question.

De nombreux candidats se sont trompés en divisant les puissances de 10 ! La question des fréquences auditives a parfois donné lieu à des réponses fantaisistes (s'échelonnant de 3.10^{-15} Hz à 10^{16} Hz), ainsi qu'à des commentaires cocasses : « on n'entend pas les bulles dans son bain », « le bruit qu'on entend lorsqu'on ouvre une canette », « on entend les bulles lorsqu'on écoute de l'eau pétillante ».

Partie II

Cette deuxième partie, toujours sous l'hypothèse d'incompressibilité de l'eau, inclut un forçage extérieur de la pression. Elle nécessite de connaître (ou de retrouver) l'équation d'Euler incompressible. Les calculs (simples) impliquent un régime sinusoïdal forcé. Les expressions s'enchaînant logiquement, les erreurs de calcul sur les premières questions ont eu des répercussions f,cheuses sur la suite du problème.

II.1 Il s'agit d'écrire l'équation d'Euler en symétrie sphérique, et d'expliquer pourquoi le terme non-linéaire peut être négligé (approximation acoustique). Cette question de cours a été globalement bien traitée, les candidats fournissant parfois des explications d'ordres de grandeur très (parfois trop) détaillées.

II.2 Cette application directe de II.1 et I.4 a été globalement bien traitée. On a accepté les expressions non simplifiées à l'ordre 0 (du type $R_0^2/R(t)$ au lieu de R_0). Une erreur sur le signe de p_e apparaît assez souvent, qu'il aurait été possible de détecter en considérant la limite statique de l'équation.

II.3 Cette question purement calculatoire, débouchant sur l'oscillateur forcé, a donné lieu à plusieurs erreurs de signe (cf. la question précédente). Elle permet de (re)trouver indépendamment l'expression de la pulsation ω_0 du I.

II.4 Peu de candidats ont véritablement répondu à la question en identifiant l'amplitude et la phase des oscillations. Ces notions pourtant élémentaires ne sont pas bien assimilées. L'énoncé aurait certes pu être plus clair en réclamant le « module de l'amplitude », mais à partir du moment où l'amplitude et la phase sont demandées, l'amplitude attendue doit évidemment être positive. Peu de candidats ont ainsi précisé que l'oscillation pouvait être en phase ou en opposition de phase avec la surpression extérieure, dépendant de la fréquence du forçage.

II.5 On a accepté l'expression pour $p_m(t)$ correspondant à un forçage arbitraire, ou un forçage sinusoïdal. Certains candidats fournissent sans broncher une expression manifestement inhomogène.

II.6 Ici encore, il fallait bien lire l'énoncé en exprimant le module de l'amplitude, et non l'amplitude complexe, de la surpression. Peu de candidats l'ont fait. Rappelons que si a est un réel de signe variable, $|1+a|$ n'est pas toujours égal a $1+|a|$...

II.7 Seuls quelques candidats sont parvenus à tracer correctement le module de l'amplitude, incluant les bonnes valeurs limites en 0 et l'infini, ainsi que le point de rebroussement en $\omega/\omega_0 = \sqrt{2}$.

La très grande majorité des candidats n'est visiblement pas capable, sans calculatrice, d'effectuer une étude de fonction élémentaire ! Sur environ 1500 copies, dont 1000 avaient répondu, même partiellement, aux questions II.4 et II.5 et étaient donc en mesure de donner la bonne réponse, environ une trentaine seulement a fourni une réponse correcte. Apprendre à simplifier (entre autres) des fractions de polynômes pour faire apparaître des fonctions évidemment monotones, et ainsi les tracer aisément, devrait être le B-A-BA des candidats. À titre d'exemple, les expressions suivantes sont toutes égales :

$$\frac{1-x^2/2}{1-x^2} = 1 + \frac{1}{2(1/x^2-1)} = 1 + \frac{x^2/2}{1-x^2} = \frac{1}{2}\big(1 + \frac{1}{1-x^2}\big),$$

mais seule la dernière permet de tracer facilement et sans erreur la fonction correspondante.

II.8 Certes, on retient la bulle pour qu'elle ne bouge pas, mais il fallait bien expliquer quel était le phénomène physique responsable du mouvement de la bulle (la poussée d'Archimède). Cette question faisait appel avant tout au bon sens physique. Beaucoup d'explications fantaisistes : « la bulle tombe sous l'effet de la gravité », « tension superficielle », « fluide en mouvement dû aux variations de pression »...

Partie III

Cette partie considère les oscillations d'une bulle libre, mais tient compte de la compressibilité de l'eau. L'objectif est de montrer que, du fait de cette compressibilité finie, les vibrations de la bulle induisent un rayonnement d'ondes sonores dans le liquide, et par conséquent une perte d'énergie pour la bulle. L'oscillateur est donc maintenant amorti.

III.1 Il s'agissait essentiellement d'une question de cours. Attention à l'énoncé ! Pour cette question on ne supposait pas de symétrie sphérique, on attendait donc une démonstration dans le cas général. De nombreux candidats ont tenté une démonstration en symétrie sphérique, mais très souvent ils ont pris $\partial^2/\partial r^2$ pour le laplacien sphérique, ce qui est faux (la bonne expression pour ce laplacien est donnée à la question suivante !). Certains candidats se sont aussi compliqué la vie en utilisant le facteur de compressibilité χ_s et en répétant la démonstration du cours, alors que la relation $p_1 = c_s^2 \rho_1$ était donnée dans l'énoncé.

III.2 Question simple, purement calculatoire. Malgré tout, certains candidats ont des problèmes de notation avec les dérivées partielles, par exemple écrivent abusivement

$$\frac{\partial}{\partial r}\phi(t-\frac{r}{c_s}) = -\frac{1}{c_s}\frac{\partial}{\partial r}\phi(t-\frac{r}{c_s}).$$

III.3 Si une majorité de candidats a répondu correctement à cette question élémentaire, certains ont cependant invoqué des raisons farfelues : « l'onde ne se propage pas à l'intérieur de la bulle », « rien ne sert d'utiliser deux fonctions puisque en $r = R_0$ on peut prendre $\phi(t) = \psi(t)$ »...

III.4 Cette question était plus difficile qu'il ne paraissait au premier abord. La plupart des candidats se sont basés sur l'équation d'Euler linéarisée, et ont identifié $\frac{\partial v_1(R(t))}{\partial t}$ à $\ddot{r}_1(t)$, ce qui n'est vrai qu'après un développement limité au premier ordre. Il était en fait plus aisé de partir de l'équation d'Euler non-linéarisée, avec un membre de droite écrit sous la forme d'une dérivée particulaire $\frac{Dv_1(R(t))}{Dt}$, qui est alors bien égal à $\ddot{r}_1(t)$.

Par ailleurs, un certain nombre de candidats se sont basés, à tort, sur le résultat de I.4, valable pour un fluide incompressible, ce qui n'est plus le cas ici.

III.5 Pas de difficulté particulière, cette question de calcul a quasiment été traitée par tous.

III.6 La condition de continuité de la pression à l'interface a généralement été bien posée. Il fallait cependant avoir correctement répondu à la question I.7 pour terminer la réponse.

III.7 On devait retrouver ici l'équation d'un oscillateur libre amorti, et identifier les différents paramètres. Cette question a permis à certains candidats ayant mal traité la partie I de déterminer l'expression de ω_0. L'application numérique dépendait de la valeur de c déterminée dans la partie I. Nous avons été assez tolérants sur cette AN, acceptant un bon ordre de grandeur.

III.8 Beaucoup ont répondu que le terme d'amortissement disparaît de l'équation lorsque le facteur de qualité est infini, mais ce n'est pas une explication physique. Nous attendions un raisonnement basé sur la valeur de la vitesse du son en fonction de la compressibilité du milieu ($c_s \to \infty$ lorsque $\chi \to 0$). Certains l'ont très bien fait en introduisant le coefficient de compressibilité isentropique, félicitations.

III.9 Le terme d'amortissement apparaît effectivement lorsque la compressibilité de l'eau est prise en compte, cependant il fallait expliquer le mécanisme physique de cet amortissement. Seuls quelques candidats ont clairement expliqué que la bulle cédait de l'énergie à l'eau sous forme d'ondes acoustiques, et que cette énergie ne lui était pas restituée, donnant ainsi lieu à un amortissement des oscillations. Beaucoup de candidats ont invoqué des mécanismes qu'on supposait négligeables (viscosité, diffusion, tension superficielle). La dernière question IV.10 (analogie avec le rayonnement d'un dipôle oscillant) pouvait éclairer le candidat sur cet aspect physique.

Partie IV

La dernière partie du problème, plus difficile, conjugue les oscillations amorties de la partie III à un forçage externe (sous la forme d'une onde plane de pression), aboutissant à un système expérimental réaliste. Elle contient des calculs plus lourds, une analyse de données expérimentales, et se termine par plusieurs questions « qualitatives » de physique. Une poignée de candidats est parvenue à achever le problème.

IV.1 Certains candidats se sont empêtrés dans un calcul en coordonnées sphériques, alors qu'il s'agissait ici d'une onde plane (certes, en 3 dimension) ! Nous avons exigé une justifiation minimale du résultat.

IV.2 Il fallait au minimum mentionner la linéarité de l'équation de propagation des ondes acoustiques dans l'eau, ou le principe de superposition.

IV.3 Le début de la question était faussement simple. Une démonstration rigoureuse de III.4-5 nécessitait de justifier que seule la composante sphérique de l'onde contribuait au gradient de pression, ce que peu de candidats ont compris.

La suite de la question était calculatoire mais ne présentait pas de difficulté particulière, cependant très peu de candidats sont parvenus au bout de ces calculs sans erreur. De nombreux candidats ont oublié la dernière phrase de l'énoncé. La résolution de cette question en valait la peine, en permettant de traiter (assez facilement) les questions suivantes.

IV.4 Parmi les candidats ayant traité III.3 de façon satisfaisante, plusieurs ont « perdu pied » lors de la résolution de ces deux équations couplées.

IV.5 Cette question dépendait de la précédente, elle a donc été traitée par peu de (bons) candidats. Elle permettait un recoupement avec des résultats obtenu dans la seconde partie.

IV.6 Cette analyse de données expérimentales était l'aboutissement du problème, et faisait appel aux connaissances des candidats concernant la fonction de transfert d'un oscillateur forcé amorti. Aucun candidat n'est parvenu à traiter correctement cette question dans son intégralité. Cependant, beaucoup ont pu détecter la fréquence de résonance par le pic de la figure de gauche, quelques-uns en ont aussi extrait une valeur de Q raisonnable. Attention à ne pas confondre fréquence et pulsation ! La détermination de d/R_0 s'est avérée la plus difficile, puisqu'elle exigeait la bonne expression de $p_m(t)$.

IV.7 Pour calculer le rayon de la bulle il fallait ici utiliser la relation $R_0 = c/\omega_0$ (c avait été déterminée au I.8, et ω_0 au IV.6), et non la relation impliquant le facteur de qualité, qui résultait d'une approximation simplifiée du phénomène d'amortissement.

IV.8 Pour répondre à cette question il fallait avoir estimé correctement le facteur de qualité réel à partir des courbes expérimentales ($Q_{exp} \approx 30$, par rapport à $Q_{th} = 75$). Nous avons accepté les réponses dans lesquelles $Q_{exp} \approx Q_{th}$, le candidat jugeant alors le modèle théorique comme très valable.

IV.9 Les candidats qui ont traité cette question ont généralement bien répondu, en explicitant d'autres sources d'amortissement (irréversibles) des oscillations de la bulle.

IV.10 On attendait ici des réponses qualitatives empreintes de bon sens physique. Quelques candidats ont décrit en grand détail le modèle de l'électron élastiquement lié.