

1.2 – épreuves écrites

1.2 A - MATHÉMATIQUES I - filière MP

I) LE SUJET

Il s'agit d'étudier les équations algébriques réciproques et la réduction de certaines matrices à coefficients binomiaux. Le problème porte sur une grande partie du programme d'algèbre linéaire de première année. Les notions de matrice symétrique réelle et de polynôme caractéristique (vues en deuxième année) sont également utilisées

II) LES RESULTATS OBTENUS

L'énoncé comprend quelques questions intéressantes et un grand nombre de questions faciles. Les candidats ont travaillé essentiellement sur ces dernières questions, suffisamment nombreuses pour les occuper pendant toute la durée de l'épreuve. Les éléments présentés dans la Section 3 ont aidé le jury à départager les candidats moyens, faibles et bons.

III) COMMENTAIRE DETAILLE

Nous allons indiquer quelques erreurs ou maladresses fréquemment commises.

Question 1. Il fallait préciser que u_n était linéaire.

Question 5. Le fait que $D(1) = 0$ implique que $X - 1$ divise $D(X)$ devait être énoncé très clairement.

Question 6. Le fait que $P(-1) = 0$ implique que $X + 1$ divise $P(X)$ devait être énoncé très clairement.

Question 7. Le fait d'affirmer que $X + \frac{1}{X}$ est un polynôme a permis d'identifier de mauvais candidats.

Question 9. Le cardinal de $\{0, 1, \dots, j\}$ vaut $j + 1$ et non pas j .

Question 10. Il fallait insister sur le fait que le cardinal de la réunion disjointe de deux ensembles finis est la somme des deux cardinaux.

Question 11. Il fallait bien expliquer l'usage du triangle de Pascal.

Question 13. Il fallait préciser (et justifier) que $A - \frac{1}{k} Id$ n'est inversible que pour k entier assez grand.

Question 14. Des erreurs commises dans le calcul du polynôme caractéristique d'une matrice $(2,2)$ ont permis de mettre en évidence les très mauvais candidats.

Question 15. Pour établir que $\int_0^{+\infty} P^2(t)e^{-t} dt = 0$ entraîne que P est le polynôme (réel) nul, il fallait justifier que $P^2(t)e^{-t} \geq 0$ puis invoquer un argument de continuité.

Question 16. Certains candidats ont démontré (ce qui était très facile) que S était définie positive mais n'ont pas dit quel était son rang : oublié ou lacune?

Question 19. Il fallait bien préciser l'ensemble dans lequel variaient les indices des coefficients des

matrices T, U .

IV) RECOMMANDATIONS AUX FUTURS CANDIDATS

Il est préférable de commencer par lire tranquillement la totalité du sujet pour assimiler les notations et comprendre de quoi il retourne.

Il est très important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.

A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours, ainsi que les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte. Cela est d'autant plus vrai qu'il n'est absolument pas question de pénaliser ceux des candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part, de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

De plus, nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer nettement qu'ils en admettent le résultat pour la suite. Tout acte d'honnêteté est très apprécié. En revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et ne peut être que très pénalisante.