

## ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES 1

BULTEAU Guillaume

---

**Thème**

Ce sujet comportait un exercice sur les séries entières et un exercice sur les équations différentielles avec une étude du prolongement des solutions.

Ensuite, un problème avait pour but de faire étudier les propriétés élémentaires de la transformation de Laplace et des transformées de Laplace. Il se terminait par un calcul classique de l'intégrale de Dirichlet.

**Observations générales****Erreurs les plus fréquentes**

Pour le prolongement des solutions d'une équation différentielle, beaucoup de candidats se contentent de prolonger par continuité.

Les hypothèses de domination dans le théorème de convergence dominée et dans le théorème de Leibniz sont mal maîtrisées.

Pour beaucoup de candidats, lorsque  $f$  est une fonction dérivable sur  $\mathbb{R}^+$  qui est croissante et majorée, alors  $f'$  est bornée.

**Remarques sur le texte et sa compréhension**

Les exercices, plutôt faciles, ont été abordés par une grande majorité des candidats, mais peu traités en totalité.

Le problème, relativement court, a été bien compris dans son ensemble par les candidats et souvent abordé dans sa quasi-totalité.

Il y avait une petite imprécision de notation à la question 10.a (double emploi de la lettre  $F$  qui désignait déjà un espace de fonctions) qui n'a, semble-t-il, pas du tout pénalisé les candidats.

**Bilan**

Le sujet a bien joué son rôle, qui est de trier les candidats. Il comportait un certain nombre de questions assez simples, permettant à tous les candidats de s'exprimer, mais aussi un nombre suffisant de questions plus délicates, permettant de départager les meilleurs.

Les copies sont assez bien présentées dans l'ensemble mais il est regrettable que le soin de certaines laisse grandement à désirer, ce qui pénalise leurs auteurs.

L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- l'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base ;
- les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur ;
- l'aptitude à savoir manipuler sa calculatrice ;
- le soin apporté à la présentation de son travail.

Ainsi un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir au moins la moyenne.

## Remarques détaillées par question

### Exercice 1

1. La règle de d'Alembert est souvent appliquée sans soin (valeur absolue, dénominateur).
2. Le cas particulier de  $S(0)$  est souvent oublié.
3. Plusieurs candidats pensent qu'une série entière converge uniformément sur son disque de convergence. La limite a été souvent calculée à l'aide de l'expression trouvée à la question précédente.

### Exercice 2

1. Question traitée convenablement quand elle a été abordée.
2. Beaucoup de candidats se contentent de regarder le prolongement par continuité en 0 des solutions de la question précédente.

## Problème

1. Certains candidats ont répondu en argumentant. Pour la question 1.b), l'implication donnée est souvent la mauvaise.
2. (a) Beaucoup de majorations sans valeur absolue. La linéarité de l'intégrale a été souvent invoquée pour conclure.  
(b) Les candidats ont souvent oublié de montrer que  $\subset E$ .  
(c) Question traitée correctement dans l'ensemble.
3. Les deux sous-questions ont été généralement traitées correctement.
4. La valeur absolue a été souvent oubliée pour justifier que  $g_n \in E$ .

5. Question qui a rarement été traitée correctement, principalement la justification de  $f' \in E$ . En particulier, beaucoup de candidats affirment que  $f'$  est bornée puisque  $f$  est croissante et bornée.
6. L'hypothèse de domination dans le théorème de Leibniz est mal maîtrisée. Par exemple, la fonction qui sert à dominer les dérivées partielles dépend encore de  $x$ .
7. (a) Le théorème de convergence dominée a souvent été utilisé pour résoudre cette question.  
(b) Question bien traitée en général.
8. (a) Question trop rarement traitée avec la précision souhaitée.  
(b) Question bien traitée.  
(c) L'hypothèse de domination est ici souvent oubliée ou incorrecte.  
(d) La caractérisation séquentielle de la limite est très souvent oubliée.
9. (a) Un certain nombre de candidats appliquent ici à tort la question 5.a).  
(b) Pas de problème dans l'ensemble.  
(c) Question très peu traitée avec le soin nécessaire.
10. (a) Généralement bien fait. Quelques petits problèmes du type  $t \rightarrow t^2$  est intégrable sur  $0, +\infty$  .  
(b) Question en général assez bien traitée par ceux l'ayant abordée.  
(c) Question très souvent traitée, même par des candidats n'ayant pas abordé les questions précédentes.  
(d) Question traitée correctement, mais abordée seulement par quelques candidats.
-