

## Composition de Physique 1, Filière PC

Rapport de MM. Bernard ANDRIEU et Emmanuel LÉVÊQUE, correcteurs.

Cette composition s'intéressait à plusieurs aspects de la physique d'une planète en suivant le déroulement de son existence : tout d'abord sa naissance par accréation, puis la formation de sa structure interne par différenciation, enfin l'évolution de sa distribution de température par divers mécanismes de production et d'échange de chaleur. Elle faisait appel à plusieurs domaines de la physique : la mécanique du point, la thermodynamique, l'équation de la chaleur et la mécanique des fluides.

Les sujets changent mais, malheureusement, les erreurs restent : il ne semble ainsi pas inutile de répéter quasi à l'identique les remarques générales de notre rapport de l'année dernière.

Il est toujours aussi étonnant de constater que de nombreux candidats échouent sur des questions simples, suite à des erreurs de calcul élémentaire, alors qu'ils sont capables de manipuler des équations aux dérivées partielles autrement plus compliquées. La palme, si l'on peut dire, revient aux estimations d'ordre de grandeur, qui ne présentent aucune difficulté particulière mais requièrent seulement d'être rigoureux dans l'enchaînement des calculs. Nous ne pouvons qu'encourager les candidats mal à l'aise avec cette pratique à s'exercer régulièrement.

Dans le même ordre d'idées, en vue d'améliorer leur note finale, les candidats devraient porter plus de considération aux questions qualitatives où il s'agit d'interpréter ou de commenter un résultat. Une réponse, même un peu à côté de ce que les correcteurs attendent mais avec un fond de pertinence, est toujours récompensée, contrairement à une absence de réponse.

On ne saurait également assez recommander de lire l'énoncé avec attention afin de répondre exactement aux questions posées : quand l'énoncé demande d'exprimer  $a$  en fonction de  $b$  et  $c$ , la réponse consistant à écrire par exemple  $b$  en fonction de  $a$  et  $c$  entraîne automatiquement une perte de points pour cette question, mais aussi en général pour les suivantes.

Enfin les candidats devraient généralement être plus attentifs à la rigueur de leurs raisonnements, ainsi qu'à la justesse des graphiques qui peuvent leur être demandés, ce qui, notamment dans la partie **III**, a souvent fait défaut. Notons à ce propos que l'utilisation de schémas, même quand ils ne sont pas exigés, est vivement encouragée, à la fois pour aider à trouver la bonne réponse mais aussi pour expliciter efficacement le raisonnement

suivi ; la formule consacrée « un bon schéma vaut mieux qu'un long discours » se révèle toujours d'actualité.

Les notes des candidats français se répartissent selon le tableau suivant :

$0 \leq N < 4$	226	17,8 %
$4 \leq N < 8$	499	39,4 %
$8 \leq N < 12$	381	30,0 %
$12 \leq N < 16$	129	10,2 %
$16 \leq N \leq 20$	33	2,6 %
Total	1268	100 %
Nombre de copies : 1268		
Note moyenne : 7,50		
Écart-type : 3,73		

## Partie I

Cette première partie examinait la genèse d'une planète, de sa naissance jusqu'à sa différenciation en couches de densité croissante avec la profondeur. Elle était divisée en trois sous-parties indépendantes faisant appel à des connaissances élémentaires en mécanique et thermodynamique. Il n'en est que plus décevant de constater qu'en moyenne seulement 25 % des points possibles ont été attribués.

**1.1.** Une majorité de candidats n'ont visiblement pas compris ce qu'est un moment cinétique (certains ont parlé de « bras de levier » pour  $b$  tout en écrivant  $b = r$  pour  $r$  grand) ou, plus rarement, ont oublié de donner la réponse sur un schéma, pourtant réclamé par l'énoncé. Moins de la moitié des candidats ont ainsi répondu correctement, ce qui est assez stupéfiant pour une première question.

**1.2.** Moins d'un tiers des candidats ont répondu à cette question qui ne nécessitait que l'application des principes de base de la mécanique du point. Il faut faire attention à l'énoncé, qui demandait  $b$  en fonction de  $r_{min}$  : les candidats qui ont répondu l'inverse ont perdu des points tout en se compliquant la suite du problème.

**1.3.** Si la formule de la vitesse de libération est relativement bien connue, il fallait avoir répondu à la question précédente pour traiter complètement cette question. Par ailleurs, la formule étant donnée dans l'énoncé, une démonstration rigoureuse était exigée, ce qui impliquait au moins de noter que  $b$  est une fonction croissante de  $r_{min}$ . Moins d'un quart des candidats ont finalement donné la démonstration attendue.

**1.4.** Question un peu plus astucieuse qui nécessitait d'avoir bien compris la notion de flux à travers une surface. Un schéma n'était pas exigé mais était bien utile en l'occurrence. Plusieurs candidats qui avaient la bonne réponse ont perdu des points en n'exprimant pas

le résultat en fonction des variables demandées dans l'énoncé. Environ un candidat sur huit seulement a été crédité de tous les points pour cette question.

**1.5.** Là encore, que de points perdus pour avoir lu trop rapidement l'énoncé ! De nombreux candidats qui avaient pourtant fait le calcul correctement jusque là n'ont pu répondre à l'essentiel de cette question pour avoir laissé  $M$  dans l'expression de  $dR/dt$ , alors que l'énoncé spécifiait bien de ne pas utiliser cette variable, qui dépend évidemment de  $R$ . Il fallait également exprimer  $v_l$  en fonction de  $R$  seulement pour pouvoir analyser précisément l'évolution de  $R$  dans le régime  $v_0 \ll v_l$ , puis donner l'interprétation correcte de la focalisation gravitationnelle et de l'accrétion galopante, ce que moins d'un candidat sur vingt a réussi.

**1.6.** Rappelons ici que  $dM_1/dt > dM_2/dt$  n'implique pas  $d(M_1/M_2)/dt > 0$ . Pour avoir imaginé le contraire, la moitié des candidats, parmi ceux qui avaient répondu à la question précédente, ont échoué à cette question.

**2.1.** Question bien traitée dans l'ensemble pour l'établissement de la formule, mais avec un taux de réussite de seulement 50 % environ pour l'application numérique. Rappelons que les correcteurs se satisfont d'un ordre de grandeur raisonnable, en pratique une puissance de 10, de préférence entière, et que des simplifications telles que  $\pi \simeq 3 \simeq 10^{1/2}$  permettent de réduire ce type de calculs à une suite d'additions et de soustractions de nombres à deux chiffres au maximum. A noter, comme toujours, que le bon sens est conseillé afin d'éviter certaines réponses du type  $\Delta T = 2 \cdot 10^{26} \text{ K}$  ; mais si le résultat paraît aberrant, mieux vaut refaire le calcul plutôt que d'écrire dans la copie que le résultat est sans doute faux !

**2.2.** Il ne fallait pas seulement ici justifier l'élévation de température, mais aussi expliquer pourquoi celle-ci était importante, ce qui impliquait de faire appel au résultat numérique de la question précédente. La deuxième partie de la question a sans doute été souvent mal comprise : évacuer une partie de l'énergie interne sous-entendait à l'extérieur de la planète, c'est-à-dire dans le vide.

**3.1.** Si le taux de réussite à cette question, proche de 60 %, peut paraître satisfaisant, il convient de le relativiser en notant que les candidats avaient pratiquement affaire ici à une question de cours, qui de plus était déjà présente sous une forme à peine différente dans le sujet 2009. Nous en profitons pour rappeler que les sujets et rapports des concours précédents devraient servir à la préparation des candidats.

**3.2.** Si presque deux tiers des candidats ont obtenu la formule de la résultante des forces, moins d'un sur dix en a déduit la valeur correcte de la variation d'énergie potentielle demandée : il fallait faire attention aux bornes d'intégration pour le calcul de l'énergie potentielle et, encore une fois, l'application numérique a été une source d'erreur importante. En revanche, l'ordre de grandeur de l'enthalpie de réaction chimique a généralement été correct.

**3.3.** Du fait d'une erreur dans l'énoncé (qui ne prêtait à aucune conséquence et qui n'a

perturbé aucun candidat) sur la formule de la masse volumique moyenne donnée en **I.3.1.**, plusieurs réponses étaient possibles. Toutes ont été évidemment acceptées du moment que le calcul était cohérent. Il fallait utiliser le résultat de la question précédente pour argumenter que le noyau est plus chaud en son centre.

## Partie II

Cette partie, qui étudiait le refroidissement de la terre par conduction, consistait essentiellement en des calculs basés sur l'équation de la chaleur. C'était la plus courte et la plus simple des trois qui composaient ce problème : avec un peu plus de 50 % des points possibles attribués, elle a été logiquement la mieux traitée, en tout cas au début ; la dernière question, la seule un peu astucieuse, a en effet posé des problèmes insurmontables à une large majorité de candidats.

1. Aucun problème majeur pour cette question de cours.
2. L'énoncé introduisait une nouvelle variable  $\xi$ , l'idée étant ainsi de se ramener, par changement de variables, à une équation différentielle intégrable en  $\xi$ . Même si l'énoncé se bornait à demander une équation différentielle vérifiée par une fonction de cette variable  $f(\xi)$ , il aurait donc dû paraître évident qu'il fallait simplifier le résultat pour ne faire intervenir **que** la variable  $\xi$ . Si un tiers des candidats n'ont tout bonnement pas obtenu l'équation demandée du fait d'erreurs sur l'expression des dérivées partielles, parmi les deux tiers restants, peu ont compris cette exigence et sont allés jusqu'au bout de la simplification : cela n'a pas été sanctionné cette année, mais pourrait l'être dans le futur.
3. Question élémentaire et très bien traitée dans l'ensemble.
4. Quelques erreurs de dérivation (pour 20 % des candidats tout de même) mais question bien traitée en moyenne.
5. Question peu abordée, et encore moins avec succès, de nombreux candidats comparant des grandeurs non commensurables ou, plus fréquemment encore, raisonnant à l'envers, l'erreur typique s'écrivant : «le gradient géothermique est faible donc la courbure est négligeable». Très peu de candidats (moins d'un sur dix) ont ainsi identifié les échelles de distance pertinentes pour une comparaison permettant de justifier que la courbure n'intervient pas dans le phénomène de conduction. Un schéma représentant le profil de température en fonction de la profondeur permettait de comprendre que la température varie essentiellement en surface. Si l'âge de la terre est en général bien connu, l'application numérique a encore affiché un taux de réussite dramatiquement faible, avec une mention particulière pour la poignée de candidats capables d'écrire des simplifications du style  $10^{15}/10^7 = 2$  (sic).

## Partie III

Le problème se proposait, dans cette dernière partie, de rendre plus réaliste le modèle de la partie **II** en tenant compte de deux autres phénomènes : la convection et le chauffage interne par radioactivité. Sans être forcément la plus compliquée, c'était sans doute la partie la plus exigeante sur le plan mathématique et elle a été aussi bien (ou aussi mal) traitée que la partie **I** avec seulement 25 % des points attribués en moyenne.

**1.1.** Il fallait au moins écrire les équations de la solution statique et ne pas supposer que  $\rho$  est indépendant de  $z$ .

**1.2.** Cette question était peut-être la plus difficile du problème, tant sur le plan calculatoire que sur le plan de l'interprétation physique. Comme toujours pour les questions demandant de démontrer une équation donnée dans l'énoncé, l'attention portée par les correcteurs à la justesse de la démonstration est à la hauteur de la tentation de la fraude à laquelle, comme d'habitude, trop de candidats ont succombé. Rappelons que ces tentatives de fraude, vouées inexorablement à l'échec, sont totalement inutiles pour ne pas dire contre-productives et sont donc à déconseiller formellement. Attention à quelques  $\partial T/\partial t + T \text{grad}(T) = \kappa \Delta T$  ! Il fallait écrire l'équation en développant la solution à l'ordre 1 et justifier, en utilisant la question précédente, que les termes d'ordre 0 s'éliminent. La fin de la question demandait d'interpréter physiquement chacun des termes dans le membre de droite des équations afin d'identifier ceux favorisant la convection et ceux s'y opposant. Si de nombreux candidats ont donné une réponse partielle, très peu (environ 2,5 %) ont répondu complètement.

**1.3.** Cette question purement calculatoire ne présentait pas de difficulté particulière, à condition de projeter l'équation en  $\partial \vec{v}/\partial t$  sur chaque axe en tenant bien compte des hypothèses de l'énoncé ( $v_x = v_y = 0$  et la solution ne dépend que de  $x$  et  $t$ ), ce qui permettait notamment d'obtenir facilement  $C = 0$ . Même parmi les candidats ayant obtenu le bon système d'équations pour  $A$  et  $B$ , de nombreuses erreurs (en particulier de signe) ont été commises lors de l'écriture de l'équation reliant  $\nu$  et  $k$ . Rappelons que si  $\mathcal{M}$  est une matrice carrée et  $x$  un vecteur de même dimension que  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{M}x = 0$  admet des solutions non-nulles pour  $x$  si et seulement si  $\det(\mathcal{M}) = 0$ . On ne peut qu'être finalement très déçu de constater qu'environ un candidat sur cinq seulement a répondu correctement.

**1.4.** Il fallait ici d'abord relier l'instabilité à la divergence exponentielle (et non pas à une valeur négative du discriminant), ce qui conduisait automatiquement à  $\lambda > 0$ , puis faire le minimum d'arithmétique suffisant pour traduire cette condition en une inégalité sur  $Ra$ . Malgré l'absence de réelle difficulté, le taux de réussite a été divisé par 2 par rapport à la question précédente.

**1.5.** L'ordre de grandeur de la viscosité cinématique d'un liquide ordinaire n'est en général pas su. Signalons au passage que l'huile de vidange n'est pas un liquide ordinaire. L'application numérique a été relativement peu tentée (par la moitié des candidats) et, comme

ailleurs dans le problème, réussie par environ la moitié seulement de ces candidats. Peu de candidats ont compris que la convection a lieu si le nombre de Rayleigh est supérieur à la valeur critique (pour que la solution statique soit instable).

**2.1.** Il fallait d'abord faire attention au signe de  $H$  ainsi qu'au fait que  $H$  est par unité de masse, puis comprendre que la condition d'absence de transfert en  $z = a$  se traduit par un gradient nul de température. Enfin, parmi les rares candidats ayant obtenu l'équation juste du profil de température, beaucoup ont donné un graphe erroné, par exemple en ne faisant pas apparaître la dérivée nulle en  $z = a$ . Au bout du compte, seul un candidat sur six environ a résolu cette question pourtant pas vraiment compliquée.

**2.2.** Quand l'énoncé demande comme ici « Montrer que les équations de **III.1.2** sont toujours valables », les correcteurs attendent un minimum de justification. Comme pour **III.1.2.**, il fallait développer la solution à l'ordre 1 et justifier que les termes d'ordre 0 s'éliminent, tout en remarquant que le terme supplémentaire en  $H/C$  est absorbé dans la solution statique.

**2.3.** Même remarque que pour **III.1.5.** : peu de candidats ont compris que la condition de convection est l'instabilité de la solution statique.

**2.4.** La réponse complète à cette question exigeait une estimation quantitative du taux de radioactivité au début de l'histoire terrestre, mais une réponse qualitative était déjà récompensée. Le taux de réponse a été le même qu'à la question précédente, mais pas nécessairement par les mêmes candidats : cette question était en effet indépendante de la question précédente, ce que quelques (rares) candidats ont remarqué.

**3.1.** Il fallait avoir répondu auparavant aux questions **III.1.5.** et **III.2.3.** pour résoudre entièrement cette question, mais les candidats ayant fourni la réponse qualitative consistant à raisonner par rapport aux valeurs des nombres de Rayleigh ont été crédités de la moitié des points.

**3.2.** Les données fournies dans l'énoncé incitaient à faire une application numérique et l'on retrouvait bien l'ordre de grandeur du gradient géothermique donné à la question **II.5.**. Or cette valeur conduit à une sous-estimation de l'âge de la terre et constitue donc une sur-estimation du gradient géothermique résultant de la conduction seule. Il fallait garder la tête froide jusqu'au bout pour répondre à cette question.