

- apprendre à calculer dans le corps des complexes. Par exemple, dans le problème, $\phi_0 \circ \phi_0$ est très souvent faux ;
- éviter, lorsque l'on ne sait pas répondre à une question, de prétendre qu'il y a une erreur dans l'énoncé ;
- éviter les expressions telles que : clairement, immédiatement ; elles ne dissimulent pas l'absence de preuve et agacent les correcteurs pour qui, rien n'est plus clair qu'une bonne démonstration concise articulée par des théorèmes du programme.

Mathématiques II

Présentation du sujet

Le problème propose, dans le cas d'un corps de base réel ou complexe, les preuves des théorèmes de Witt et Cartan-Dieudonné relatifs aux formes quadratiques. Ces deux démonstrations utilisent des techniques communes et font l'objet de la partie IV.

Le cours d'algèbre bilinéaire de deuxième année ayant été fortement allégé ces dernières années, les trois premières parties détaillent les préliminaires utiles. La partie I est ainsi consacrée aux généralités sur les formes quadratiques et introduit les plans hyperboliques ou artiniens. La partie II démarre par l'étude de l'orthogonalité pour une forme bilinéaire. Elle détaille ensuite la complétion non singulière d'un espace quadratique (due à Witt) et s'achève avec la caractérisation des espaces hyperboliques comme espaces quadratiques non dégénérés de dimension $2m$ contenant un sous-espace totalement isotrope de dimension m . Dans la partie III, on établit les propriétés les plus simples des isométries d'un espace quadratique, puis on étudie plus spécifiquement le cas des espaces hyperboliques.

Le problème utilise abondamment l'algèbre linéaire en dimension finie, centrale en première année de classe préparatoire. Il aborde également la dualité et, bien sûr, les formes bilinéaires.

Le sujet est très long et comporte un certain nombre de questions délicates. Il a permis un large étalement des notes.

Analyse globale des résultats

Le problème demandait une bonne maîtrise des bases de l'algèbre linéaire et bilinéaire. Les résultats sont contrastés, avec une quantité non négligeable de copies faibles ou très faibles. Beaucoup de candidats montrent cependant une compréhension convenable des notions de base et une véritable capacité d'adaptation à un contexte un peu inhabituel.

Les sous-parties I.A, I.B, II.A, II.B et III.A ont été largement abordées ; elles ont permis de classer de manière satisfaisante l'essentiel des candidats. Le reste du problème a eu moins de succès mais a permis de départager les très bons candidats.

Commentaire sur les réponses apportées

Partie I -

La sous-partie I.A et le début de I.B ne présentaient pas de difficulté pour un étudiant ayant honnêtement travaillé son cours. La seule lacune relativement fréquente concerne les identités de polarisation.

Pour ces questions simples et bien comprises quant au fond par une large proportion des candidats, les correcteurs se sont particulièrement attachés à la qualité de la rédaction. Ainsi, en I.A.4, la symétrie de la forme est indispensable pour obtenir le résultat demandé alors qu'en I.B.3 a) on demande la matrice et non pas seulement une liste de coefficients.

Notons une erreur mineure dans la rédaction de l'énoncé : $h(x)$ est à valeurs dans K , pas dans E ; cette inadvertance ne semble pas avoir été une source de gêne véritable.

Les questions I.B.3 c) et d) demandaient un véritable recul. Elles ont été peu abordées, mais largement récompensées le cas échéant. En revanche, I.B.3.e) était facile et n'utilisait pas c) et d).

Partie II -

Les sous-parties II.A et II.B étaient consacrées à la généralisation de résultats bien connus des candidats dans le cas euclidien. La délicate question II.B.5 mise à part, elles n'étaient pas difficiles, mais nécessitaient du soin et une certaine faculté d'adaptation : le phénomène d'isotropie, souligné par II.A.3, est en effet déconcertant au premier abord. Cet ensemble de questions a permis de mettre en évidence les qualités d'assez nombreux candidats. La question II.B.4 ne présentait pas de véritable difficulté mais était posée de façon ouverte et demandait de gérer correctement un système ; elle s'est révélée sélective.

La sous-partie II.C commençait assez simplement. En revanche, la question II.C.2 était délicate ; la récurrence a donné lieu à de nombreuses erreurs de raisonnement et n'a été traitée convenablement que dans une poignée de copies. Pour II.C.3, II.C.4 et II.C.5, il suffisait de comprendre les notions et d'appliquer les résultats précédents.

Parties III et IV -

La sous-partie III.A revenait à des questions générales ne nécessitant pas la notion d'espace hyperbolique et dans l'ensemble très faciles. Il s'agissait de généraliser les premiers résultats relatifs au groupe orthogonal, bien connus des étudiants dans le contexte euclidien. Malgré la longueur du sujet, des candidats en nombre conséquent ont traité une part substantielle de cette sous-partie. En revanche, III.B, qui ne posait pas de problème sérieux, a été peu abordé faute de temps. C'est encore plus vrai pour la partie IV, qui nécessitait de comprendre l'ensemble du sujet.

Conseils aux candidats

Sur le fond

Seul un travail réfléchi, allant au fond des choses et ne faisant aucune impasse sur le programme des deux années peut amener à un niveau véritablement satisfaisant. Il est ainsi recommandé de privilégier la compréhension en profondeur du cours à un bachotage à court terme sur des exercices corrigés.

Sur la forme

Cette année encore, des candidats en nombre significatif rendent des copies peu lisibles, mal présentées et/ou mal rédigées, parfois affligées d'une orthographe déplorable. Ces défauts ont tous été sévèrement sanctionnés. Rappelons qu'il est demandé de rédiger précisément et avec concision, de mettre en évidence les résultats obtenus et de ne pas trop maltraiter la langue. Ces exigences fondamentales sont particulièrement sensibles dans un concours.

Sciences physiques

Physique

Présentation du sujet

Ce problème est consacré au projet MOSE de fermeture de la lagune de Venise par des barrages flottants. La mise en place d'une digue amovible est réalisée par injection d'air dans des caissons mobiles autour d'un axe fixe. Cette étude requiert des connaissances en statique des fluides, en mécanique du solide, en thermodynamique et plus accessoirement en mécanique du point matériel et en physique des ondes.

La première partie aborde l'étude des mouvements des caissons mobiles en fonction de la proportion eau/air.

La seconde partie porte sur le dimensionnement des compresseurs via une étude thermodynamique de l'injection d'air comprimé dans un élément de la digue.

La dernière partie, indépendante des deux autres, est consacrée au phénomène des marées à l'origine de la submersion partielle de Venise lors des marées exceptionnelles.

Analyse globale des résultats

Pour mener à bien cette étude originale, il était nécessaire de savoir adapter ses connaissances, en mobilisant des qualités de réflexion et d'analyse essentielles au métier d'ingénieur. En effet, ce sujet est resté très proche de la réalité technique de ce projet encore en cours de finalisation. De ce fait, une lecture très attentive de sa description s'imposait pour en cerner la complexité, mais aussi les hypothèses simplificatrices proposées pour l'étude. Cette densité très significative dans les deux premières parties a fortement rebuté un bon nombre de candidats moyens, qui se sont reportés sur la fin du problème où les questions étaient plus qualitatives.

Il n'est donc pas surprenant que les résultats d'ensemble aient été à la fois globalement médiocres et fortement étalés. La moyenne des 25 % meilleures copies est nettement supérieure au double de la moyenne des autres candidats.

En moyenne, 50 % des points des candidats ont été obtenus dans la partie I, qui représentait 45 % des points du barème.

21 % ont été obtenus dans la partie II (36 % des points du barème).

29 % ont été obtenus dans la partie III (19 % des points du barème).

L'effort de présentation, déjà signalé les années antérieures, est manifeste dans un très grand nombre de copies. Néanmoins le jury déplore que l'orthographe reste souvent fantaisiste. La qualité de l'expression fait aussi partie de ce que l'on est en droit d'attendre d'un futur ingénieur. Dans ce contexte, il n'est pas inutile de rappeler que le jury sanctionne les copies rédigées en style télégraphique. Un minimum d'explications s'impose !