avec lequel chacun cherche à s'exprimer à travers une image, un personnage, un rôle peut apparaître comme davantage une marque d'aliénation qu'une marque de vérité personnelle.

Maîtrise de la langue : Nous relevons quelques « tics » lexicaux et autres maladresses inspirées du langage courant : « mettre en avant », « personnage éponyme », « le côté obscur du moi », « devenir un tueur est dans les cordes de Lorenzo », « Lorenzo, une machine à tuer, s'infiltre dans le gouvernement », etc. Il faudrait éviter les formulations emphatiques : parler de « l'entité moïque » est du plus mauvais effet. La syntaxe est malmenée : on relève trop de cumuls des interrogations directe et indirecte dans la même phrase (« on se demande si le moi est-il compréhensible ») – de la troisième personne du singulier et de la première personne du pluriel (« nous on n'y peut plus rien »), etc. La légèreté avec laquelle les candidats traitent le lexique français les entraîne trop souvent à commettre des glissements de sens, qui les précipitent dans le contresens. On apprend ainsi que « chez l'homme, l'inné se substitue à l'acquis » !

Mathématiques

Mathématiques I

Présentation du sujet

Le problème proposait d'établir la formule d'inversion de l'opérateur d'ABEL lié à un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0,1[$. Cette étude mettait en jeu des propriétés des fonctions eulériennes de première et de deuxième espèce dont l'établissement faisait l'objet des trois premières parties. De ce fait le problème balayait largement le cours d'analyse. Au plan matériel, il est regrettable que le texte remis aux candidats comportât une erreur - « $\alpha > 0$ » au lieu de « $\alpha > 1$ - qui a *posteriori* n'a pas été trop pénalisante pour l'ensemble des candidats ; par ailleurs, je me dois de signaler qu'elle a donné lieu dans certaines copies à des remarques parfois très pertinentes.

Analyse globale des résultats

Les résultats enregistrés sont très contrastés : d'excellentes copies voisinent avec des copies dans lesquelles il est difficile de trouver des éléments de solutions aux questions abordées. Les notes obtenues se répartissent sur tout l'éventail du barème adopté. Il convient de souligner que quelques candidats ont présenté des copies remarquables dans lesquelles on trouve des démonstrations originales, pertinentes, voire très esthétiques de quelques questions comme par exemple les questions II.A.3 et III.C.3. La présentation et la formulation de la partie IV ont incité quelques candidats à essayer de glaner quelques points en abordant, au détriment des parties précédentes, quelques questions. Malheureusement, ils n'en ont pas toujours été récompensés…

À la lecture des copies, une remarque s'impose : un assez grand nombre d'étudiants ne lit pas attentivement - ou ne sait pas lire - l'énoncé ; comment peut-on, par exemple, expliquer le calcul de $\Gamma(2)$ - alors que la valeur figure dans l'énoncé - ou l'étude de la continuité et de la dérivabilité de la fonction Γ ?

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

L'étude de l'intégrabilité d'une fonction sur un intervalle reste malgré les recommandations données les années précédentes un traquenard pour un grand nombre de candidats. La justification de l'intégrabilité de la fonction $t \mapsto \dfrac{f(t)}{(x-t)^\alpha}$, sur l'intervalle $[0,x[$ où (x,α) est élément de $]0,1[\times]0,1[$ et $f \in \mathcal{C}([0,1],\mathbb{C})$ commence par l'examen de la $t \mapsto \dfrac{f(t)}{(x-t)^\alpha}$ qui est visiblement continue sur l'intervalle $[0,x[$, se poursuit par l'intégrabilité de la fonction $t \mapsto \dfrac{1}{(x-t)^\alpha}$ sur l'intervalle $[0,x[$ puisque α appartient à l'intervalle $]0,1[$, et s'achève soit par la majoration globale par la fonction $t \mapsto \dfrac{\| f \|}{(x-t)^\alpha}$ où $\| f \| = \sup\limits_{0\leqslant t\leqslant 1} |f(t)|$, soit par une étude locale de la fonction au voisinage de x qui conduit à la relation $\dfrac{f(t)}{(x-t)^\alpha} \underset{\substack{t\to x\\ t<x}}{=} O\left(\dfrac{1}{(x-t)^\alpha}\right)$. Dans ce dernier cas, on se gardera d'écrire que $\dfrac{f(t)}{(x-t)^\alpha} \underset{\substack{t\to x\\ t<x}}{\sim} \dfrac{f(x)}{(x-t)^\alpha}$ puisqu'on ne sait pas si $f(x)$ est nul ou non.

La notion de série n'est pas maîtrisée. Dans de très nombreuses copies, on confond série, somme de la série, suite des sommes partielles. En particulier, on se gardera de montrer que la série de terme général $h\Phi(nh)$ est convergente en commençant la preuve de cette assertion par le symbole $\sum_{n=0}^{\infty} h\Phi(nh)$: on retiendra qu'on a droit à ce symbole que lorsque l'on a établi la convergence de la série ; il suffit de prouver que la suite des sommes partielles de la série est convergente ce qui, dans ce cas, revient à montrer que la suite des sommes partielles est majorée puisque la série considérée est à termes positifs à partir d'un certain rang.

De même contrairement au programme, un grand nombre de candidats parle de règle, de théorème, de critère de d'ALEMBERT pour les séries entières ou invoque l'invariance du rayon de convergence par multiplication par une « fraction rationnelle » en n - en l'occurrence ici la fraction rationnelle n'est autre que $n^{\alpha-1}$ avec $\alpha \in [1,+\infty[$ - pour ramener le calcul du rayon de convergence de la série entière proposée par le texte à celui de la série entière $\sum_{n\geqslant 0} x^n$.

Des techniques élémentaires ne sont pas acquises : par exemple très souvent la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^{2q}+1=0$ où q est un entier naturel non nul n'est pas effectuée, la décomposition en éléments simples de $\dfrac{X^{2p}}{X^{2q}+1}$ n'est pas réalisée.

Le jury ne saurait que conseiller aux futurs candidats :

- de connaître la définition des mots usuels tels que fonctions uniformément continues, fonctions lipschitziennes, fonctions polynomiales… ;
- de maîtriser et de vérifier soigneusement les hypothèses des théorèmes utilisés comme par exemple le théorème de changement de variable dans les intégrales, le théorème d'intégration par parties, le théorème de continuité sous le signe somme… ;
- de justifier les assertions présentées : par exemple, on évitera les assertions du type « la fonction $t \mapsto t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}$ est dérivable ou continûment dérivable sur l'intervalle $[0,1]$ » en omettant les conditions sur α et β pour qu'il en soit ainsi.

Conclusions

Les candidats doivent s'attacher à présenter des copies lisibles, rédigées de façon claire et précise et de donner des démonstrations en alignant des égalités que l'on agrémente de « bulles » explicatives. Ils doivent respecter l'orthographe d'usage et l'orthographe d'accord. Ils ne doivent pas oublier que si ces divers aspects ne font pas l'objet de points spécifiques dans le barème, ils peuvent entraîner des points de minoration pour les copies ne présentant pas ces qualités.

Mathématiques II

Présentation du sujet

La partie I est centrée sur l'étude du produit de deux endomorphismes autoadjoints positifs d'un espace euclidien. On y établit plusieurs résultats utilisés dans la suite. Elle demande une bonne compréhension du cours sur les opérateurs autoadjoints. La partie II étudie la minimisation de la restriction d'une fonctionnelle quadratique à un sous-espace et introduit la notion de point selle pour une forme pénalisée de ladite fonctionnelle. Elle teste des compétences variées : topologie, calcul différentiel (auquel peut être substitué une approche algébrique), quadriques. La partie III présente, dans le cas d'une fonctionnelle quadratique, l'algorithme de minimisation d'Uzawa et en étudie la convergence.

Analyse globale des résultats

La partie I contient beaucoup de questions faciles, malheureusement souvent mal résolues. Trois questions plus subtiles (I.B.3, I.C.1.c), I.C.3) ont permis de déceler les candidats ayant une certaine autonomie. Les questions II.A.1 à II.A.4 se sont révélées très classantes ; II.A5 a été peu traitée. Beaucoup de candidats ont avancé dans II.B, III.A et III.B1 en admettant les résultats précédents. L'énoncé permettait un certain grappillage, notamment à cause du caractère « fermé » de II.B et de III. Grâce à la diversité des thèmes abordés, il a cependant permis d'étaler les notes de façon satisfaisante. Quelques remarques formelles : l'orthographe doit être correcte, l'écriture facilement lisible, les questions nettement séparées, les résultats mis en évidence. De nombreux candidats ignorent ces règles élémentaires ; les plus négligents ont été pénalisés.

Commentaires sur les réponses apportées

Les commentaires ci-dessous égrènent principalement les ignorances, erreurs et négligences souvent relevées par les correcteurs. Soulignons préalablement que d'assez nombreux candidats ont néanmoins montré dans cette épreuve d'importantes qualités.

La sous-partie I.A, proche du cours, s'est avérée très sélective. Certains candidats ignorent ce qu'est un endomorphisme autoadjoint positif et écrivent sans sourciller : $u(x)\geq 0$. De nombreux autres se placent dans une base propre pour u sans préciser qu'ils la choisissent de plus orthonormée, ce qu'ils utilisent cependant implicitement (calcul de $\langle u(x),x\rangle$, caractère autoadjoint de la racine carrée). De façon générale, on note beaucoup de flou dans le passage des matrices aux endomorphismes. Plus grave, et relativement fréquente, est la tendance à considérer que, si u est diagonalisable, tout vecteur est propre pour u.

Dans la sous-partie I.B, on relève de nombreuses erreurs liées au changement de structure euclidienne ; la restriction de $u\circ v$ à l'image de u n'est pas autoadjointe pour le produit scalaire initial mais pour celui associé à u^{-1}. Un point de vue trop systématique-