breux pour en trouver une équation paramétrique et rares sont ceux qui connaissent la notion de point de rebroussement et la formule permettant de calculer l'aire du domaine délimité par un arc paramétré fermée.

On ne peut donc conseiller aux futurs candidats de connaître et de comprendre la portée des notions de base, de maîtriser les divers outils fondamentaux, de ne pas se perdre dans des calculs longs et compliqués quant un raisonnement simple s'appuyant par exemple sur un dessin permet de justifier le résultat demandé en quelques lignes - la question (III, A, 1) constitue à ce sujet un excellent test- et de savoir utiliser de façon pertinente les théorèmes de base pour justifier les diverses demandes d'un problème. Enfin on ne perdra pas de vue que le soin, la présentation et l'orthographe sont des éléments qui, quoique secondaires, relèvent le niveau du travail présenté.

Mathématiques II

Le sujet d'algèbre de 2007 avait pour objectif de prouver l'existence d'endomorphismes orthogonaux dans certains sous-espaces vectoriels de End(E), où E est un espace vectoriel euclidien.

La première partie était en fait un « gros » exercice de colle qui s'appuyait pour l'essentiel sur la *décomposition polaire* d'un endomorphisme d'un espace euclidien, pour laquelle aucune connaissance préalable n'était bien entendu supposée.

Bien plus originale, la seconde (et dernière) partie envisageait le cas d'un sous-espace V de codimension 2 lorsque E était, lui, de dimension 3. L'intérêt de ce choix est qu'il est optimal, le résultat tombant en défaut dans ce contexte si la codimension de V vaut 3.

L'équilibre entre questions ouvertes et questions directives a favorisé une large indépendance entre les questions mais sans autoriser l'esbroufe pour autant.

Plutôt proche du cours, le problème a donné une prime certaine aux candidats qui avaient inclus les démonstrations dans leurs révisions ainsi qu'à ceux qui avaient assimilé les mécanismes afférents aux grands thèmes directement liés à celui-ci, notamment la décomposition polaire.

Même les questions les plus élémentaires du début de l'énoncé ont révélé leur lot d'erreurs chroniques au point que rares sont les copies qui en soient exemptes, même parmi les meilleures.

Dès le I.A1, on s'aperçoit que trop de candidats écrivent $a(e_i) = \sum m_{i,j}\, e_j$, si $(m_{i,j})$ est la matrice de a relative à la base e.

Les questions I.A2 et I.A3 sont souvent traitées laborieusement, par un recours à des matrices. Bien entendu, « la » base canonique d'un espace vectoriel fait son apparition habituelle.

Au I.B1a, la formule du rang est souvent aberrante, dim End(E) remplaçant dim E. Dans les alinéas suivants, la nécessité d'invoquer la diagonalisabilité de a^*a est rarement perçue. En outre, le procédé de GRAM-SCHMITT fait office de méthode miracle : qui dit que son application à une base de vecteurs propres fournit une base certes orthonormale, mais toujours de vecteurs propres ?

Il est courant de confondre *supplémentaire* et *supplémentaire orthogonal*, ou de faire comme si « le » supplémentaire était unique : dans ces conditions, $\mathrm{Im}\, a^*a = \sum E(\lambda_i)$ découle du fait que ces deux sous-espaces ont un supplémentaire commun !

La question II.A1 a suscité maintes incorrections : on ne peut parler ni de *la* base orthonormale $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ni d'une base orthonormale $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, puisque le vecteur k était fixé. Il convenait de parler d'une base orthonormale *complétant* la famille *(k)*.

À la question II.B2, souvent abordée, beaucoup de candidats ont cru établir que $x_\varepsilon \,|\, s(x_\varepsilon) = 1/3$ pour tout ε. Cette erreur s'est révélée coûteuse car elle faisait perdre toute substance aux questions II.B3a et II.B3b.

Les copies sont entachées de trop de verbiage : dans la nouvelle base, la matrice A « est égale à… » ou encore « la trace d'une matrice est indépendante de la base ».

Nous avons constaté deux excès dans les copies : d'un côté, les candidats qui énoncent la supplémentarité de $\mathfrak{S}$(E) et de $\mathfrak{A}$(E) ou la formule $\mathrm{Im}\, a^*a = \sum E(\lambda_i)$ comme s'il s'agissait de résultats de cours (alors que la directive *montrer que* était chaque fois sans ambiguïté) et, de l'autre côté, les candidats trop prudents qui redémontrent tout : $(a+b)^* = a^* + b^*$, $(a^*)^* = a$, etc.

Il faut comme toujours conseiller aux futurs candidats de lire attentivement ce rapport ainsi que ceux des années précédentes. Ils y apprendront que les correcteurs ont pénalisé et pénaliseront les copies mal présentées, les rédactions désinvoltes, les symboles d'implication employés à tort et à travers, les incorrections telles que *au final* ou *la matrice diagonalise dans la base* $\mathcal{B}$, les anglicismes tels que « on obtient (tel ou tel résultat), *comme attendu* ». Respecter la langue et l'orthographe françaises fait partie des exigences qui s'imposent à tous ceux qui se destinent à une carrière d'ingénieur, de chercheur ou de cadre.

Ces qualités ne s'acquièrent pas par miracle le jour du concours : il y a là une discipline de tous les instants à respecter pendant les années de préparation. Elles sont *aussi* là pour cela !