

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES A

Durée : 3 heures

Le sujet concerne l'étude de la solution générale d'une équation différentielle linéaire d'ordre deux avec second membre continu sur  $[0,1]$  où des conditions aux limites sont imposées. La solution d'une telle équation fait apparaître un endomorphisme auto-adjoint défini à partir de l'intégrale d'une fonction de deux variables dont on calcule l'expression sous forme d'une série via une analyse par Fourier. Il est réalisé alors l'étude des éléments propres de cet endomorphisme. Puis, enfin, une dernière partie traite de l'étude de la norme de cet endomorphisme.

### CONCERNANT LA CONNAISSANCE DU COURS DE MATHEMATIQUES DE SUP ET DE SPE PAR LES ETUDIANTS

- Equations différentielles : les mots « hypothèse de Cauchy-Lipschitz » ou « problème de Cauchy – Lipschitz » sont utilisés et cités même si cela n'a rien à voir avec la question....
- Il est étonnant de constater qu'encore beaucoup d'étudiants de deuxième année de CPGE ne connaissent pas les résultats élémentaires sur les équations différentielles linéaires du second ordre avec ou sans second membre.
- Le calcul des coefficients de Fourier pour les fonctions T-périodiques n'est pas maîtrisé. Certains étudiants tentent de se ramener aux fonctions  $2\pi$  - périodiques, avec plus ou moins de bonheur.
- Le théorème de Dirichlet est souvent connu approximativement (quand il l'est) surtout au niveau de ses hypothèses.
- Les hypothèses du théorème de Parseval sont très rarement données.
- Enfin, et nous le répétons chaque année, les hypothèses concernant l'interversion des signes somme/intégrale restent trop souvent inconnues ou très floues dans nombre de copies.
- Peu d'étudiants sont capables d'énoncer correctement la définition d'un endomorphisme symétrique.
- D'un point de vue général, les connaissances des étudiants en algèbre linéaire restent trop superficielles ou imprécises, en particulier dans la définition d'une valeur propre d'un endomorphisme.
- Par contre, les notions de normes, de projection orthogonale semblent être mieux maîtrisées.

### CONCERNANT LEUR APTITUDE A APPLIQUER LES THEOREMES GENERAUX

Dans l'ensemble, les théorèmes principaux du programme sont connus.

On rencontre cependant des difficultés importantes pour :

- intervertir les signes somme/intégration lorsqu'il y a plusieurs variables (confusion sur les variables d'intégration  $t$  ou bien  $x$ )
- utiliser les résultats sur les endomorphismes auto-adjoints : lorsque l'on est en dimension infinie, il est déconseillé de citer les résultats du cours concernant les matrices diagonalisables.

## CONCERNANT LE NIVEAU EN CALCUL

Le problème demandait d'effectuer un certain nombre de calculs et requérait donc de la part des étudiants une certaine aisance dans le calcul intégral élémentaire.

Nous avons été surpris des différences existant entre les candidats, l'intégration de  $\sin(at)$  restant impossible pour certains.

Il est dommage que trop de candidats aient bâclé l'étude sommaire de la courbe proposée au début du problème car cela leur aurait permis, comme c'était le but, de visualiser correctement le caractère C1 par morceaux de la fonction dont on calculait les coefficients de Fourier. Cette notion reste d'ailleurs très floue dans beaucoup de copies.

## CONCLUSION

En conclusion, même si l'on peut regretter des lacunes certaines en algèbre linéaire pour beaucoup de candidats, peu d'aisance dans le calcul intégral élémentaire, l'épreuve a pu sélectionner correctement, les notes s'échelonnant de 0 à 20.

Rappelons enfin que les erreurs relevées précédemment et sur lesquelles nous avons volontairement insisté, n'empêchent pas de constater que dans leur majorité, les étudiants ont travaillé sérieusement les Mathématiques. Nous espérons que ces quelques remarques permettront aux futurs candidats de les aider dans leur préparation