ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES II
par Pierre MARRY
Maître de conférences au CNAM

L'épreuve d'Analyse de cette année tournait autour des fonctions de Bessel. La première partie était consacrée à leur développement en série de puissances, la seconde partie à leur représentation par une intégrale dépendant d'un paramètre. Dans la troisième partie, on s'intéressait aux fonctions propres du laplacien à deux variables, en coordonnées polaires.

Pour éviter que des erreurs de calcul ne handicapent les candidats dès le début du problème, les développements en série considérés étaient donnés dans l'énoncé, ainsi que l'expression du laplacien en coordonnées polaires et les différentes équations différentielles linéaires du second ordre qui intervenaient dans le problème. Ainsi qu'il faut s'y attendre chaque fois que des résultats sont indiqués dans l'énoncé, de nombreux candidats n'hésitent pas à présenter dans leurs copies quelques dizaines de lignes de calcul faux, sans aucun texte explicatif, qui aboutissent miraculeusement au résultat demandé, espérant que le correcteur n'y verra que du feu. D'autres commencent un embryon de raisonnement, puis, fatigués, concluent en écrivant *"par théorème, on a :"*, le théorème en question n'étant jamais énoncé. Enfin certains font semblant d'avoir mal lu l'énoncé, notamment dans la partie II, où beaucoup ont feint d'avoir lu "*α désigne un nombre réel strictement supérieur à $\frac{1}{2}$*" là où il était indiqué "*α désigne un nombre réel strictement supérieur à $-\frac{1}{2}$*" (une telle hypothèse rendait cette deuxième partie beaucoup plus facile). Que les adeptes de ce genre de petites escroqueries sachent que les correcteurs ne sont pas dupes, et que leur note n'a aucune chance d'être "boostée" par de telles pratiques.

La question I.2. où l'on devait montrer que la somme d'une série entière était définie sur $\mathbb{R}$ tout entier a posé trois types de problèmes : certains, beaucoup trop nombreux, pensent que pour que la somme d'une série de fonctions soit définie sur $\mathbb{R}$, il suffit que chaque terme soit défini sur $\mathbb{R}$. D'autres, voyant un $(-1)^n$ dans le terme général, ont voulu appliquer le critère spécifique aux séries alternées (ce qui était envisageable), mais ne l'ont quasiment jamais fait correctement (en particulier, par l'utilisation d'équivalents pour montrer la décroissance vers 0 de la valeur absolue du terme général). Enfin, pour ceux qui ont utilisé le critère de d'Alembert, on a relevé, outre les erreurs classiques (oubli des valeurs absolues, oubli du $|x|^2$ dans le rapport) une utilisation de la notation $\alpha!$ dans l'écriture de $P_n(\alpha)$, $\alpha \notin \mathbb{N}$, notation légitime bien que hors-programme, mais qui a eu parfois des conséquences catastrophiques dans la suite du problème, faute d'être maîtrisée.

En ce qui concerne les solutions des équations différentielles linéaires du second ordre, on relève très souvent l'erreur suivante : si f et g sont deux solutions linéairement indépendantes de l'équation, la solution générale en est $f + g$. D'autre part, beaucoup pensent que si deux fonctions f et g sont telles que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 0} g(x)$, alors f et g sont linéairement indépendantes.

Les "gros" théorèmes du cours (interversion de lim et $\sum$, de lim et $\int$, de $\sum$ et $\int$, et la dérivation sous le signe $\int$) sont très mal connus. Peu de candidats sont capables d'en énoncer correctement les hypothèses, et moins encore de les vérifier dans un cas précis. Il en est de même pour l'utilisation de la convergence normale, et en particulier de la convergence normale sur tout compact contenu dans un intervalle, alors même que cette convergence normale n'est pas vérifiée sur l'intervalle lui-même. Mais peut-on en vouloir aux candidats, pour qui ces théorèmes tombent du ciel, toute tentative d'explicitation des idées qui les sous-tendent étant franchement hors programme, comme en particulier la notion de convergence uniforme, charcutage des programmes oblige !

Enfin, le calcul différentiel des fonctions de plusieurs variables pose problème à une majorité de candidats, et l'archi-classique question III.1. a rarement été correctement traitée.

Les Ecoles se plaignent (à juste titre) du manque général, chez les élèves qui y rentrent, de connaissances mathématiques adaptées à leur besoins. Certes, on ne peut demander à des élèves sortant brillamment du Secondaire avec des connaissances très limitées (il faut bien tout de même que 80% des élèves de Terminale soient reçus au Baccalauréat !) de rattrapper leur retard en deux ans. Mais ne serait-il pas grand temps d'élaborer des programmes au contenu adapté à la suite de leurs études, et ne faisant pas l'impasse sur des notions fondamentales leur permettant une bonne compréhension ?