

## Partie IV

IV.A - Ici les candidats qui avaient traité la question (III,B) ont su tirer leur épingle du jeu.

IV.B - Cette question a souvent été faite mais les erreurs de calcul sont nombreuses.

IV.C - Cette dernière question n'a pratiquement jamais été abordée et quand elle l'a été les résultats obtenus ne sont que très partiels.

En conclusion, on ne peut qu'encourager les futurs candidats à maîtriser les techniques de calcul, à s'approprier les notions fondamentales, à savoir utiliser et faire fonctionner dans le cadre demandé les théorèmes fondamentaux et d'exercer un esprit critique vis-à-vis des résultats proposés. L'observation de ces quelques principes ne pourrait qu'améliorer la qualité des travaux fournis par les futurs candidats.

## Mathématiques II

Le sujet de cette année se proposait de tester, par le biais de questions variées, l'acquisition des techniques mathématiques de base censées être assimilées au terme de deux années de classes préparatoires.

On va le voir dans les lignes qui suivent, une forte proportion de candidats n'a toujours pas perçu les règles inhérentes à la rédaction d'un sujet d'écrit : une affirmation ne peut valoir une preuve, la simple formule  $u = 1 - t$  (souvent sans explication, au fil du calcul) est loin d'être aussi précise que « *l'on effectue le changement de variable affine  $u = 1 - t$*  », dire que  $1/2$  est centre de symétrie est du pur verbiage. En outre, les résultats des calculs doivent être achevés (les polynômes doivent en particulier être réduits et ordonnés). Il était particulièrement ridicule de donner comme réponse  $L_1 = 6(x^2/2 - x^3/3)$ , ce d'autant plus que l'énoncé évoquait des polynômes à coefficients entiers.

On pourrait multiplier à l'envi les exemples de ce type, tant est flagrant chez les candidats le désir d'avancer vite dans l'énoncé, tactique dont il faut encore et toujours souligner les effets négatifs et la rentabilité douteuse.

Le parti pris affiché par l'énoncé de privilégier les questions ouvertes a obligé les candidats à prendre des initiatives, et cela a grandement contribué à la sélectivité et à l'efficacité de l'épreuve.

La partie I a apporté à la quasi totalité des candidats plus de points que les trois autres réunies : autant dire qu'une rédaction soignée de ces questions élémentaires pouvait garantir une note finale honorable, mais qu'inversement un survol hâtif de ces questions était de mauvais augure pour la suite du problème.

Il a été fréquent de voir apparaître une discussion, bien inutile, sur la parité de  $m$ , ou de vaines tentatives de raisonnement par récurrence, le calcul de  $L1$  et  $L2$  ayant été compris comme une « amorce ».

Dans le **I.A2**, même s'il n'était pas nécessaire de s'appesantir sur le changement de variable, il convenait de le faire apparaître explicitement et non de se contenter de signaler à la volée un changement de notation qui pouvait représenter aussi n'importe quoi d'autre.

Dans le **I.B2**, peu de candidats pensent à introduire une fonction auxiliaire. Les autres auraient dû se rendre compte qu'il était inutile de rédiger le seul calcul du signe de  $L''$  s'ils étaient incapables de conclure ensuite. Heureusement pour ceux-ci, ce signe allait de toute façon servir dans la question suivante.

Dans le **I.C**, la plupart des copies n'était pas à une contradiction près : trouver  $y = 1 - x$  dans le premier alinéa rendait douteuse la réponse  $\alpha = \beta = \gamma = 1/3$  dans le suivant.

Dans le **II.A**, la notion d'*idéal*, et celle de *générateur*, se sont révélées bien lointaines. Noyau et image ont été fort rarement exhibés, et encore plus rarement établis rigoureusement, les preuves se bornant souvent à une seule inclusion présentée comme une égalité.

La réponse complète à la question **II.B** a été exceptionnelle ; dans le meilleur des cas, les candidats s'arrêtent au développement taylorien de  $R$  et  $S$  sans reconnaître ces polynômes.

La même remarque vaut pour le **II.C2**. Au mieux, les copies évoquent les valeurs propres possibles d'un projecteur.

Au **III.A**, pour quelques intuitions correctes, combien de calculs laborieux !

Au **III.B**, exceptionnels sont les candidats qui savent quelles vérifications effectuer.

Au **III.C**, les deux droites sont rarement reconnues, et exceptionnellement limitées. Pour les rares candidats parvenus à l'expression correcte de  $x_3$ , la nécessité de ne trouver que deux points d'intersection avec  $Oy$  les a assez souvent conduit aux pires malhonnêtetés (« oubli » d'une racine carrée négative ou de la racine nulle).

La partie **IV** a vu le triomphe de la devinette et de l'approximation en matière de démonstration. La distinction entre *forme linéaire* et *fonctionnelle affine* n'est pas claire, et la confusion entre *extremum local* et *extremum « absolu »* est quasi générale. Le rang de la famille  $(\varphi_i)$  est presque toujours faux (la valeur de 4 étant même un moindre mal, tant l'éventail des réponses a été large !) On a souvent cru que  $\Delta$  était l'image réciproque de  $[0, 1]$ , ou que l'image réciproque d'un compact par une application continue est compacte. Avec cela, on n'était pas près d'arrondir son total avec cette partie déjà plus consistante.

À ces remarques ponctuelles s'ajoutent les classiques doléances quant à la désinvolture dans la rédaction ou la présentation, dont les

candidats sous-estiment manifestement les effets pénalisants. Le symbole d'implication n'est toujours pas devenu un synonyme de *donc*, et une page de calculs sans issue, clos par des points de suspension ou par la formule magique *n'aboutit pas* sera toujours prise pour ce qu'elle représente : une incorrection vis-à-vis du correcteur.

On l'aura compris, ce rapport met également l'accent sur des travers constants soulignés dans les copies et nous souhaitons qu'il permettra de rappeler aux futurs candidats que ces éléments, tout secondaires qu'ils sont en apparence, sont aussi pour les correcteurs des éléments d'appréciation.

## Sciences physiques

### Physique

L'étude de l'orbite d'un satellite héliosynchrone et de son module de radionavigation constituait le thème de l'épreuve de cette année. Ce choix a permis d'élaborer un sujet diversifié puisqu'il comportait une partie de mécanique (forces de gravitation), une partie d'électronique (traitement du signal) et une partie d'électromagnétisme (effet Doppler et réflexion d'une onde sur un miroir). De longueur et de difficultés raisonnables, ce problème a permis un bon étalement des notes.

#### Partie I.A – Premier modèle du champ de gravitation

Cette première partie, proche du cours, guidant bien les candidats, a été assez bien réussie dans l'ensemble. Cependant, nous avons constaté qu'un nombre important de candidats n'a pas défini de manière convenable le référentiel géocentrique. De même, nous avons été surpris que de nombreux candidats oublient de citer l'énergie mécanique du satellite comme grandeur invariante ; ils évoquent toujours le moment cinétique, puis, la constante des aires et parfois aussi le rapport  $\frac{T^2}{a^3}$  entre le carré de l'amplitude et le cube du demi-grand axe de l'ellipse.

L'origine O des axes a très souvent été placée au centre de la trajectoire elliptique et non en son foyer. Le nom donné au vecteur  $\vec{E}$  a souvent été fantaisiste : vecteur vitesse initiale, vecteur de Frénet, vecteur accélération, vecteur ellipse, vecteur de Landau, vecteur de « Lunge », et même ... vecteur champ électrique !

#### Parties I.B et I.C – Deuxième modèle du champ de gravitation

Curieusement, le calcul des composantes  $\vec{g}_r$  et  $\vec{g}_\lambda$  du champ de gravitation a comporté de nombreuses erreurs, de signes évidemment, d'oubli du facteur  $\frac{1}{r}$  dans la seconde composante et même erreur dans le calcul de la dérivée du facteur  $\frac{1}{r^3}$ .

Une très grande proportion de candidats a exprimé convenablement le vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  du référentiel  $R_i$  par rapport au référentiel  $R_a$ . Par contre, la suite de cette partie, plus difficile, n'a donné de résultats à peu près satisfaisants que dans les très bonnes copies. Les candidats ont souvent mélangé les différents référentiels et ne savaient pas trop quelles étaient les grandeurs qui étaient constantes, quelles étaient celles qui variaient peu et quelles étaient celles qui variaient vraiment. Certains n'ont pas hésité à se lancer dans des calculs interminables (parfois 2 pages bien remplies de dérivées de toute sorte) du moment cinétique  $\vec{\sigma}_o$  du satellite dans le référentiel  $R_a$ , puis de sa dérivée  $\left(\frac{d\vec{\sigma}_o}{dt}\right)_{R_a}$  dans ce même référentiel.

Les étudiants ayant abordé la fin de cette partie, ont presque tous calculé la vitesse apparente du soleil dans le référentiel géocentrique en prenant une période d'une journée au lieu d'une année.

#### Partie II.A – Mesure d'altitude

Pratiquement tous les candidats ont trouvé les expressions des tensions  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$  et  $e(t)$ , avec parfois une erreur de signe, mais très peu d'entre eux ont réussi à simplifier l'expression de  $e(t)$  dans le cas d'une faible profondeur de modulation ( $kk_0M(t) \ll 1$ ) ; ils trouvent alors  $e(t) = A_e \cos(2\pi f_0 t)$  en occultant totalement le terme de modulation.

L'expression du signal de sortie du filtre passe-bas n'a pratiquement jamais été fournie mais de nombreux candidats ont proposé un filtre passe-bas correct (mais parfois surprenant).

#### Partie II.B – Mesure de vitesse

Si nous avons parfois eu des manifestations physiques de l'effet Doppler assez « originales », la plupart des candidats a donné à la première question des réponses satisfaisantes. De même, la transformation galiléenne des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  ne leur a pas posé de trop grosses difficultés.

Par contre, l'étude de la réflexion de l'onde électromagnétique sur le miroir mobile n'a pas donné de résultat convenable. Les condi-