## **MATHEMATIQUES I - filière PC**

## I) REMARQUES GENERALES

Cette épreuve traite d'un problème bien connu sous le nom de "Problème de transport de Monge en dimension 1". Celui-ci consiste à optimiser le coût global d'une répartition de masse vers une autre. L'objectif étant de majorer ce coût.

Le sujet a été moyennement compris dans l'ensemble, les notes sont assez bien réparties ; la proportion des bonnes copies et celle des mauvaises est sensiblement la même. Le barème a été bien adapté.

## II) REMARQUES PARTICULIERES

- 1) et 2) Dès le préambule on rencontre déjà des insuffisances dans la définition d'un  $C^1$ -difféomorphisme ; la condition  $\Psi(x) \neq 0$  pour tout  $x \in I$  n'est toujours pas mise en évidence même si l'expression de la dérivée de  $\Psi^{-1}$  est correcte.
- 3) L'étude de la convergence des intégrales impropres a été souvent négligée ou incorrectement traitée malgré l'avertissement en caractère gras au début du sujet. L'étude de la convergence de  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$  n'est pas du programme.

On constate des difficultés pour établir la continuité de f, celle-ci étant nécessaire pour montrer la dérivabilité de F. Certains candidats ne semblent pas à l'aise pour dériver une intégrale par rapport à une borne, lorsque celle-ci est finie. Des résultats pourtant évidents semblent avoir échappé à certains, par exemple f > 0 alors F est strictement croissante. On s'aperçoit que beaucoup ne sont pas familiers avec la notion de difféomorphisme surtout quand le 2) n'est pas traité correctement.

- 4) et 5) Beaucoup de difficultés malgré l'indication du 3) et faute de considérer  $F_f^{-1}$   $0F_1$ . Ici encore la continuité de f est nécessaire pour pouvoir affirmer que si l'intégrale d'une fonction  $\geq 0$  est nulle, alors la fonction est nulle.
  - 6) Cette question a souvent été traitée.
- 7) et 8) La présentation des changements de variables est souvent mauvaise, créant un conflit de notations. Il convient de changer les symboles en posant par exemple  $u = \Phi(t)$
- 9) Cette question n'a été que rarement abordée et traité. Le rôle de A n'est pas souvent compris. Certains affirment  $\Phi$  croissante entraîne  $\Phi^2$  croissante sans se soucier du signe.
- 10) et 11) Souvent traité plus ou moins correctement. Cela a permis à certains de gagner des points de manière significative.
- 12) Des difficultés sont apparues notamment pour majorer f(u)Lnf(u) sans tenir compte du signe de Lnf(u). C'est là précisément que le préambule n'a pas été compris.
  - 13) Cette question a été traitée par ceux qui avaient fait la 7).
  - 14), 15) et 16) Ces questions ont souvent été abordées avec succès.

## III) CONCLUSION

Il est souhaitable pour certains candidats d'améliorer aussi bien la présentation que la rédaction. Résoudre une question ne se limite pas uniquement à aligner des calculs. Il faut bien citer par exemple les théorèmes utilisés.

Aussi est-il indispensable de faire la part entre les conditions nécessaires, suffisantes et équivalentes. Une meilleure argumentation mathématique pourra convaincre le correcteur de la qualité des connaissances du candidat.