par la fonction $t \mapsto 1/t^2$ intégrable au voisinage de $+\infty$ de plus de nombreux candidats croient que la non intégrabilité d'une fonction f sur un intervalle de type $[a, +\infty[$ implique $\lim_{x \to +\infty} \int_a^x f(t)\, dt = +\infty$.

2 - La résolution de l'équation différentielle $y' - y + f = 0$ est effectuée généralement de façon formelle à la structure de l'espace des solutions n'est pas clairement indiquée. Le théorème de CAUCHY - LIPCHITZ est fréquemment évoqué mais rarement utilisé de façon pertinente. Par exemple, pour beaucoup de candidats, cet énoncé permet de justifier l'existence et l'unicité d'une solution ayant un comportement donné à l'infini, cela constituant à leurs yeux une « condition initiale ».

3 - La notion de convergence relativement à une norme n'est pas acquise : dans (*I,C*) la majorité des candidats qui a obtenu (ou admis) que $\| f_n \| \leq k^n \| f \|$ avec $k \in [0, 1[$ est incapable d'écrire directement que la suite $(f_n)_{n \geq 1}$ converge vers 0 ; pour conclure certains invoquent la théorie du point fixe en explicitant ses composants dans la base B, d'autres écrivant que la suite $(\| f_n \|)_{n \geq 1}$ est décroissante et minorée ce qui assure la convergence de la suite de fonction $(f_n)_{n \geq 1}$.

4 - Les théorèmes relatifs à la convergence uniforme ne sont pas toujours connus ou sont appliqués de façon incorrecte. Par exemple, beaucoup de candidats croient que si la suite de fonctions $(f_n')_{n \geq 1}$ converge uniformément vers 0 sur un intervalle, ipso facto la suite de fonction $(f_n)_{n \geq 1}$ converge uniformément vers une fonction constante sur ce même intervalle.

5 - La dualité est un chapitre oublié. La rédaction des questions (IV, C) et (V,C), questions abordées par tous les candidats est révélatrice de cet état de fait : personne ne remarque que dans l'espace *B* (*resp. C*) l'application $f \mapsto \lim_{x \to +\infty} f(x) \left(\text{resp. } f \mapsto c_0(f)\right)$ est une forme linéaire non nulle.

6 - L'écriture canonique d'un oscillateur harmonique n'est connue que d'un très petit nombre de candidats de telle sorte que très rares sont les copies dans lesquelles on lit que $k = 1/(\sqrt{2})$ dans (I,C,2).

7 - La question (II,B,1) a permis d'entrevoir que les connaissances des candidats sur les coniques sont inexistantes.

8 - On raisonne « par récurrence » sans jamais expliciter de façon correcte l'hypothèse de récurrence ce qui conduit soit à une escroquerie dans la démonstration proposée soit à l'abandon pur et simple de la question.

9 - On peut aussi déplorer le peu de sens critique de certains candidats. N'est-il pas piquant de lire l'énoncé du théorème DIRICHLET dans lequel les hypothèses de solidité sont clairement explicitées et de voir que, dans la question suivante, la rédaction proposée commence par l'écriture du développement en série de FOURIER d'une fonction qui n'est supposée que continue.

Pour terminer, il est peut être bon de rappeler aux futurs candidats qu'ils doivent lire attentivement le texte qui leur est proposé et d'essayer de garder en tête les divers avatars des objets mathématiques qu'ils ont à manipuler. Par exemple dans l'épreuve dont on rend compte, beaucoup de candidats ont oublié que la fonction f_1 est solution de l'équation différentielle $y' - y + f = 0$ pour ne retenir que la formule intégrable de f_1 ce qui les a conduit, pour répondre à des questions banales, à proposer des démonstrations compliquées et souvent fausses.

Mathématiques II

Le sujet de Mathématiques II, filière MP, de cette année envisageait tout particulièrement le lien, pour une famille continûment dérivable et à un paramètre de matrices carrées, entre la commutation de deux matrices quelconques $M(x)$ et $M(y)$ de la famille et celle des matrices $M(x)$ avec leurs dérivées. Autour de ce thème général, l'énoncé cherchait à exploiter au maximum les champs d'intervention des matrices en Calcul différentiel ; puisqu'il s'agissait de matrices, une certaine part était laissée également à l'Algèbre linéaire et à la bilinéaire. Plutôt que de viser à prouver *in fine* un résultat précis ou à mettre en œuvre une théorie, le sujet a cherché à évoquer le maximum de questions possibles à partir du thème étudié, ce afin de mesurer au mieux le degré d'acquisition du programme de seconde année. La répartition des notes laisse à penser que cet objectif a été atteint.

Habitués, de la part des candidats, à une lecture hâtive, voire superficielle, des énoncés, les concepteurs du sujet ont veillé à baliser le terrain par des exemples préalables ou par des mises en garde là où telle ou telle subtilité risquait de passer inaperçue. Force est de constater que le souci du détail n'est pas la préoccupation du plus grand nombre et que, *a contrario*, rares ont été les candidats qui ont su saisir les perches qui leur étaient tendues.

En outre, le parti-pris a été adopté de donner le minimum de résultats et de laisser ouvertes le maximum de questions : il s'est ensuivi une prolifération d'erreurs graves et une mise en évidence de lacunes inquiétantes qui n'ont même pas épargné les meilleurs copies. En particulier, la correction a confirmé que, à des rares exceptions près, les candidats ont affirmé que le résultat d'une opération algébrique n'est continu, ou de classe C^1, que lorsque chaque opérande l'est. L'évocation de la fonction de classe C^1 qui à x associe **xlxl** était là pour témoigner du contraire.

Il serait sans doute exagéré d'en déduire que les élèves de Spéciales ne savent plus faire la différence entre une condition nécessaire et suffisante et une simple condition suffisante, mais il est plus probable que la persistance de ce type d'erreurs est due à une étude trop superficielle du cours.

Là, pourtant, il s'agissait d'un principe on ne peut plus fondamental de raisonnement mathématique. Le manque de maîtrise des notions de base s'est révélé encore plus flagrant pour ce qui touchait à des énoncés précis, bien qu'ils n'eussent rien de marginal dans le progamme : on ne peut que déplorer que, relativement à une base orthonormale, la matrice d'une réflexion (en **I.C.**) ou d'une rotation (en **III.B.**) ne puisse plus être reconstituée à partir de la donnée d'une colonne, que si peu de candidats sachent refaire l'exercice classique de **I.B.2**, *a fortiori* dans le cas trivial d'un plan vectoriel et que la reconnaissance d'un problème de relèvement (en **I.C.**) ne soit le fait que des toutes meilleures copies.

Voici les enseignements particuliers qui se dégagent des questions du problème. Même si la très facile question **I.A.1.** est traitée par plus de la moitié des candidats, c'est souvent au prix de complications inutiles : il n'était pas nécessaire de faire apparaître $M'(x)M(x)$ comme limite de $\frac{(M(x+h)-M(x))M(x)}{h}$ lorsque h tendait vers 0. Les candidats devraient s'habituer à obtenir sans recours à des limites des résultats tels que : la dérivée d'une application périodique est périodique, la dérivée d'une application paire est impaire, *ad lib.*

En **I.A2.**, la puissance M^k a souvent été confondue avec une composée $MoMo\ldots M$. Il en fut de même de l'inverse M^{-1} pris pour un inverse au sens de la composition des applications. En outre, la majorité des candidats ont fait comme si une application matricielle commutait toujours avec sa dérivée. Lecture superficielle là encore de l'énoncé ! Pourquoi alors aurait-on donc envisagé une propriété telle que **P2** ? En **I.A3**, il est fréquent de voir intervenir $\frac{1}{M}$ dans la formule proposée.

En **I.B2**, si des candidats concluent à l'existence de X par disjonction de cas, beaucoup confondent *matrices non scalaires et matrices non diagonales* ; le résultat final résulte souvent, quant à lui, de simplifications cavalières par X (non nul !) ou par AX, pour la même « raison ».

En **I.B3**, la résolution de l'équation différentielle conduit souvent à des « constantes d'intégration » mal placées, comme dans $C(x)= e^{V(x)A}$, où A est une matrice. La « condition initiale » $C(x_0)=0$ est rarement remarquée.

La question **I.B4** demandait de la clairvoyance, et un peu de soin. Pourtant, la présence de **x|x|** n'a quasiment suscité aucune réaction ! Or, cet exemple était là pour mettre la puce à l'oreille ; rien d'étonnant à ce que si peu de candidats aient songé ne fût-ce qu'à résoudre l'équation différentielle obtenue au **b.** sur les intervalles adéquats et qu'un plus petit nombre encore soit parvenu à les recoller correctement.

La question **I.C** était réputée facile ! Est-ce trop demander à un candidat aux concours que de connaître l'expression générale d'une matrice de réflexion ?

La partie **II** a été traitée avec plus ou moins de bonheur. Le tout était de savoir adapter son raisonnement à chaque type de situation et en particulier de distinguer ce qui ressortissait au théorème de CAUCHY-LIPSCHITZ linéaire et non au théorème T. À noter que beaucoup de candidats pensent qu'un produit de matrices antisymétriques est antisymétrique. Il est courant de rencontrer aussi la formule aberrante $(P^{-1}MP)^k=P^{-k}M^kP^k$.

En **III.A**, dans un ultime sursaut, beaucoup ont commencé là seulement à exciper du résultat T mais à un stade où il devenait inopérant !

En **III.B**, l'existence du vecteur propre unitaire Z_0 est rarement correctement établie, et ce souvent de façon laborieuse.

Faute de temps, les questions **III.C** et **D** n'ont été abordées que par moins d'un candidat sur cent.

Comme tous les ans, des notes ont subi des minorations du fait d'une présentation insuffisamment soignée, ou d'un style de rédaction par trop désinvolte. Parmi les incorrections le plus fréquemment rencontrées, signalons : l'application M^k est continûment dérivable *par produit* (au lieu de *en tant que produit*), on *égalise* les deux expressions ainsi que *au final* (pour *finalement*, ou *en conclusion*).

En conclusion, certains conseils de base doivent être répétés :

- Etre attentif à l'énoncé pour ne pas en oublier certaines hypothèses ou requêtes.
- Rédiger les enchaînements logiques : en matière d'écrit de concours, le doute ne profite pas au candidat et celui-ci doit se garder de toute ambiguïté dans sa rédaction des arguments mathématiques utilisés.

Sciences physiques

Physique

Cette épreuve portait sur l'étude de quelques aspects du réchauffement climatique dû à la présence du dioxyde de carbone dans l'atmosphère terrestre. Elle balayait ainsi une partie importante du programme :