

**va dans le sens de l'exaspération d'une violence de plus en plus sournoise ?** ou d'une sublimation des relations conflictuelles? la nature contribue-t-elle à la dynamique du progrès (cf. Kant) ? loin d'être simpliste, la citation ouvre vers une dialectique permanente entre nature et raison, entre guerre et paix dans la conscience lucide que cette dernière reste sans cesse à conquérir. **Il faut acquérir une conscience historique** pour éviter l'illusion d'une pacification possible de l'humain à travers la simple instauration d'une république ou d'une société de consommation comme le dit Aristophane. Hugo illustre la « dynamique des contraires », à travers son héros positif, Gauvain, républicain issu de la monarchie ; dans *Quatre-vingt-treize*, la paix naît de la guerre mais Hugo veut mettre en perspective 1789 et 1870 pour éviter la faillite historique que constitue l'impensable 1793. Alors, **faut-il affronter l'horreur pour mieux s'en rendre maître ?** Ici, était bienvenue une réflexion sur la finalité de la mise en forme adoptée par chaque auteur ; si Kant rationalise les solutions possibles à une époque où l'Etat prussien connaît surtout la guerre, Hugo donne à voir le caractère incompréhensible de l'Histoire humaine - comment rationaliser ce qui échappe au cadre même de la raison logique ? *Quatre-vingt-treize*, la mise en forme narrative, signifiante, suggère des solutions en soulignant les contradictions de l'histoire. Il faut éviter de répéter les erreurs -- massacre de la « Saint-Barthélémy », dont les enfants innocents déchirent les représentations alors qu'ils sont en danger de mort dans la Tourgue, forteresse évoquant la Bastille, etc. **Que doit nous faire découvrir notre recherche du sens de l'Histoire ? que la paix se trouve à l'horizon** de l'histoire humaine - elle ne saurait exister en tant que telle puisque la relation agonistique crée la dynamique même de l'histoire - le philosophe ne trouvera jamais la paix dans le mol oreiller de l'endormissement doctrinal. Le droit éduque l'homme à sa représentation de la paix ; il ne se résume pas à un système de contraintes mais définit le contrat par lequel les citoyens se donnent librement des lois collectives. En 1795, Kant présente comme irréalisable l'établissement d'une paix universelle. Il incite à réaliser la synthèse entre la dynamique passionnelle héritée de la nature et la force moralisatrice d'une raison guidée par l'utopie, moteur d'une Histoire visant sa réalisation sans jamais l'atteindre.

Trop souvent pessimiste, la **conclusion** des candidats déchargeait l'homme de ses responsabilités en évoquant la force du destin. D'autres attendaient la toute fin du devoir pour constater le caractère simpliste d'une ambition consistant à établir un ordre civil pour garantir la paix. La conclusion a pour fonction de « clore » la réflexion en revenant sur la problématique soulevée en introduction. Les auteurs au programme confirment la thèse de R. Aron mais mettent surtout en évidence le fait que **la paix n'a d'autre réalité que dans le champ des représentations culturelles que l'homme définit**. Aron a donc raison de se situer sur le plan des illusions et des images. En effet, Aristophane, Kant et Hugo « travaillent » les formes culturelles de nos représentations, et de la guerre et de la paix. Certes, leur questionnement critique n'échappe pas à l'historicité - elle-même variable en fonction du degré de symbolisation recelé par le discours. Mais, en même temps, la contingence historique de l'essai philosophique comme de l'œuvre littéraire témoigne de leur enracinement dans la réalité concrète et de leur impossible réduction à un illusoire et stérile échange entre intellectuels.

## Mathématiques

### Mathématiques I

Le support de l'épreuve était un problème de la théorie du signal qui se proposait à travers l'étude de six situations de montrer qu'un signal de type donné correspondait une réponse et une seule du même type et d'étudier quelques propriétés de cette réponse. Cela se traduisait par la résolution d'une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants avec second membre, le second membre changeant dans chacun des cas : les deux premiers se voulaient être des exemples préparant le cas général étudié en partie III, les trois autres n'étant que des adaptations du cas général à trois cas particuliers. Malheureusement peu de candidats ont su exploiter cette situation et rares sont ceux qui, sans les trois dernières parties, ont su remarquer que s'il y avait une solution du type requis, cela ne pouvait être que la solution explicitée dans la partie III.

Le texte proposé était relativement long mais ne présentait pas, à priori, de difficultés majeures. La répétition de certaines questions dans des parties consécutives, le caractère algébrique de la partie VI et l'apparente facilité de certaines questions peuvent expliquer la très forte tendance au « zapping » constatée cette année. Cela se traduit par le fait que de nombreuses copies n'abordent qu'une ou deux questions - toujours les mêmes - dans chacune des parties. Quand elles sont abordées, les questions délicates sont rarement résolues, la plupart du temps elles sont abandonnées. A la lecture des copies, on ne peut donc que constater le caractère décevant de l'épreuve. Au plan matériel la présentation est globalement satisfaisante et il convient de souligner le soin apporté par certains candidats dans la présentation de leur travail.

Sur le fond on constate qu'un certain nombre de notions ne sont pas assimilées, que certains énoncés ne sont pas compris et que certaines techniques ne sont pas maîtrisées.

Voici quelques situations qui illustrent ces propos.

- 1 - La notion de fonction intégrable est très floue : de façon générale la continuité est oubliée dès que l'intervalle d'intégration n'est pas compact ; seule la domination est retenue dans le cas des intervalles non compacts ce qui conduit, par exemple, un quart des candidats à écrire que la fonction  $t \mapsto e^{-t}/t$  est intégrable sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  sous prétexte que la fonction est dominée

- par la fonction  $t \mapsto 1/t^2$  intégrable au voisinage de  $+\infty$  de plus de nombreux candidats croient que la non intégrabilité d'une fonction  $f$  sur un intervalle de type  $[a, +\infty[$  implique  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^x f(t) dt = +\infty$ .
- 2 - La résolution de l'équation différentielle  $y' - y + f = 0$  est effectuée généralement de façon formelle à la structure de l'espace des solutions n'est pas clairement indiquée. Le théorème de CAUCHY - LIPCHITZ est fréquemment évoqué mais rarement utilisé de façon pertinente. Par exemple, pour beaucoup de candidats, cet énoncé permet de justifier l'existence et l'unicité d'une solution ayant un comportement donné à l'infini, cela constituant à leurs yeux une « condition initiale ».
  - 3 - La notion de convergence relativement à une norme n'est pas acquise : dans (I,C) la majorité des candidats qui a obtenu (ou admis) que  $\|f_n\| \leq k^n \|f\|$  avec  $k \in [0, 1[$  est incapable d'écrire directement que la suite  $(f_n)_{n \geq 1}$  converge vers 0 ; pour conclure certains invoquent la théorie du point fixe en explicitant ses composants dans la base B, d'autres écrivant que la suite  $(\|f_n\|)_{n \geq 1}$  est décroissante et minorée ce qui assure la convergence de la suite de fonction  $(f_n)_{n \geq 1}$ .
  - 4 - Les théorèmes relatifs à la convergence uniforme ne sont pas toujours connus ou sont appliqués de façon incorrecte. Par exemple, beaucoup de candidats croient que si la suite de fonctions  $(f_n)_{n \geq 1}$  converge uniformément vers 0 sur un intervalle, ipso facto la suite de fonction  $(f_n)_{n \geq 1}$  converge uniformément vers une fonction constante sur ce même intervalle.
  - 5 - La dualité est un chapitre oublié. La rédaction des questions (IV, C) et (V,C), questions abordées par tous les candidats est révélatrice de cet état de fait : personne ne remarque que dans l'espace  $B$  (resp.  $C$ ) l'application  $f \mapsto \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  (resp.  $f \mapsto c_0(f)$ ) est une forme linéaire non nulle.
  - 6 - L'écriture canonique d'un oscillateur harmonique n'est connue que d'un très petit nombre de candidats de telle sorte que très rares sont les copies dans lesquelles on lit que  $k = 1/(\sqrt{2})$  dans (I,C,2).
  - 7 - La question (II,B,1) a permis d'entrevoir que les connaissances des candidats sur les coniques sont inexistantes.
  - 8 - On raisonne « par récurrence » sans jamais expliciter de façon correcte l'hypothèse de récurrence ce qui conduit soit à une escroquerie dans la démonstration proposée soit à l'abandon pur et simple de la question.
  - 9 - On peut aussi déplorer le peu de sens critique de certains candidats. N'est-il pas piquant de lire l'énoncé du théorème DIRICHLET dans lequel les hypothèses de solidité sont clairement explicitées et de voir que, dans la question suivante, la rédaction proposée commence par l'écriture du développement en série de FOURIER d'une fonction qui n'est supposée que continue.

Pour terminer, il est peut être bon de rappeler aux futurs candidats qu'ils doivent lire attentivement le texte qui leur est proposé et d'essayer de garder en tête les divers avatars des objets mathématiques qu'ils ont à manipuler. Par exemple dans l'épreuve dont on rend compte, beaucoup de candidats ont oublié que la fonction  $f_1$  est solution de l'équation différentielle  $y' - y + f = 0$  pour ne retenir que la formule intégrable de  $f_1$  ce qui les a conduit, pour répondre à des questions banales, à proposer des démonstrations compliquées et souvent fausses.

## Mathématiques II

Le sujet de Mathématiques II, filière MP, de cette année envisageait tout particulièrement le lien, pour une famille continûment dérivable et à un paramètre de matrices carrées, entre la commutation de deux matrices quelconques  $M(x)$  et  $M(y)$  de la famille et celle des matrices  $M(x)$  avec leurs dérivées. Autour de ce thème général, l'énoncé cherchait à exploiter au maximum les champs d'intervention des matrices en Calcul différentiel ; puisqu'il s'agissait de matrices, une certaine part était laissée également à l'Algèbre linéaire et à la bilinéaire. Plutôt que de viser à prouver *in fine* un résultat précis ou à mettre en œuvre une théorie, le sujet a cherché à évoquer le maximum de questions possibles à partir du thème étudié, ce afin de mesurer au mieux le degré d'acquisition du programme de seconde année. La répartition des notes laisse à penser que cet objectif a été atteint.

Habitué, de la part des candidats, à une lecture hâtive, voire superficielle, des énoncés, les concepteurs du sujet ont veillé à baliser le terrain par des exemples préalables ou par des mises en garde là où telle ou telle subtilité risquait de passer inaperçue. Force est de constater que le souci du détail n'est pas la préoccupation du plus grand nombre et que, *a contrario*, rares ont été les candidats qui ont su saisir les perches qui leur étaient tendues.

En outre, le parti-pris a été adopté de donner le minimum de résultats et de laisser ouvertes le maximum de questions : il s'est ensuivi une prolifération d'erreurs graves et une mise en évidence de lacunes inquiétantes qui n'ont même pas épargné les meilleurs copies. En particulier, la correction a confirmé que, à des rares exceptions près, les candidats ont affirmé que le résultat d'une opération algébrique n'est continu, ou de classe  $C^1$ , que lorsque chaque opérande l'est. L'évocation de la fonction de classe  $C^1$  qui à  $x$  associe  $|x|$  était là pour témoigner du contraire.

Il serait sans doute exagéré d'en déduire que les élèves de Spéciales ne savent plus faire la différence entre une condition nécessaire et suffisante et une simple condition suffisante, mais il est plus probable que la persistance de ce type d'erreurs est due à une étude trop superficielle du cours.