

III C 1 Des réponses correctes sont apportées, même si la forme explicite de  $Tf$  n'a pas été trouvée au III A.

III C 2- Bien que souvent abordée, cette question n'a rapporté que peu de points, beaucoup supposant implicitement que  $x$  est compris entre 0 et 1.

III D et E n'ont pratiquement pas été abordées;

III F 1 Presque tous les candidats trouvent correctement  $q - 1$  zéros mais très peu trouvent le dernier.

La présentation des copies est en général satisfaisante malgré la présence d'un nombre impressionnant de fautes d'orthographe dans certaines.

## Mathématiques II

Le but du problème de cette année était d'étudier brièvement certaines propriétés classiques des  $C$ -algèbres : éléments inversibles, espaces stables, simplicité (ici  $P6$ )... Notons que la seule sous-algèbre simple de  $M_{n,n}(C)$  est  $M_{n,n}(C)$  elle-même (théorème de Burnside). On pourra aussi s'exercer à montrer que la partie III peut être traitée en remplaçant  $n^2 - 1$  par  $n^2 - n + 2$ .

I.A.1. Au a) il convient de dire pourquoi on peut effectivement exprimer la condition par  $y = \lambda x$  avec  $\lambda \neq 0$ . Au b), très peu de candidats ont aperçu la nature géométrique du problème, écrivant souvent un système linéaire pour trouver les coefficients de  $A$

I.A.2. Si peu de copies déclarent que  $GL_n$  est un espace vectoriel, les arguments pour montrer qu'il n'en est pas un peuvent prendre des détours inattendus, l'argument le plus «trivial» devrait demeurer que  $0 \notin GL$ .

I.B.1. On voit souvent le singleton  $\{e_n\}$  traité comme un espace vectoriel.

I.B.2. Correct en général.

I.C.1. Si beaucoup ont vu que  $A - \lambda I$  ne pouvait pas être de rang 1, très peu en ont déduit que  $A$  était une homothétie.

I.C.2. Très peu de réponses à cette question où il fallait seulement faire la synthèse des quelques informations glanées à la question précédente.

II.A Réponses souvent correctes, même si on voit quelques raisonnements qui en vue de démontrer  $L \cdot z_1 = V$  par double inclusion, s'arrêtent à la moitié facile.

II.B Ici encore il fallait un peu de vision géométrique pour comprendre que le problème était maintenant réduit au sous-espace  $M_0(V)$ .

Quelques copies mentionnent à bon escient le théorème du rang;

III.B.1. Très peu de copies atteignent la conclusion en donnant *tous* les arguments (il faut d'abord exclure le cas  $H \cap L = Vect(E_{k,m})$  puis expliquer que tout élément de  $H|Vect(E_{k,m})$  est inversible).

III.B.2. Beaucoup de variantes dans les solutions proposées et trop d'erreurs.

III.C Là aussi l'abondance d'arguments assez triviaux semble un handicap pour des étudiants apparemment peu préparés à rédiger.

III.D Cette question n'était pas la plus difficile, elle a été traitée convenablement par ceux qui l'ont atteinte.

En conclusion, on conseillera aux étudiants de se familiariser encore un peu mieux avec l'algèbre linéaire, contexte différent de celui des ensembles (on ne confondra pas espace nul et ensemble vide, somme directe et union disjointe, supplémentaire - non unique - et complémentaire, etc...) C'est l'un des piliers du programme de mathématiques.

## Sciences physiques

### Physique I

#### Remarques générales

Sur le thème de la physique des jouets, cette épreuve était composée de deux problèmes : L'oiseau buveur et le robot marcheur. Elle faisait essentiellement appel à des connaissances de mécanique et de thermodynamique, dont beaucoup étaient issues du programme de première année PCSI.