

# MATHÉMATIQUES

## 1.2 - Épreuves écrites

### 1.2 C - MATH I - filière PSI

#### I) REMARQUES GENERALES

Le sujet concernait les quaternions et semble avoir bien rempli son rôle, c'est à dire départager les candidats.

Le barème était correctement adapté, les questions simples du début, permettant d'éliminer rapidement les candidats les plus mauvais et les questions difficiles de la fin permettant aux bons candidats de se détacher.

#### II) REMARQUES PARTICULIERES

Dès la question préliminaire les plus mauvaises copies se remarquent avec un résultat sur la dimension de  $M$  pouvant varier de 2 à 8, voire même infinie et des justifications tout aussi fantaisistes.

Certaines bonnes copies utilisent astucieusement le  $\mathbb{R}$ -isomorphisme de  $\mathbb{C}^2$  dans  $M$  fourni par l'application  $(a,b) \rightarrow m(a,b)$ , l'impression favorable du début se confirmant alors immanquablement par la suite.

La question I-1, purement calculatoire, est en général bien traitée.

Déjà la question I-2 est déterminante et la recherche de  $U$  conduit trop souvent à  $b^2 = -1 \Rightarrow b = i$ , ce qui ne permettait d'obtenir que la moitié du résultat.

Dans la question I-3 beaucoup de candidats s'épuisent dans des calculs interminables pour redécouvrir que  $\det(mw) = \det(m)\det(w)$  et certains même, dans la confusion la plus totale, affirment que "d'après l'inégalité de Cauchy-Schwarz" :  $\|mw\| \leq \|m\| \cdot \|w\|$

La question I-4 est elle aussi déterminante et donne lieu à toutes sortes de versions plus ou moins acrobatiques :

Quelques uns confondent matrice de trace nulle et matrice de diagonale nulle, ou encore matrice non nulle et matrice de déterminant non nulle.

Beaucoup trop de candidats calculent le déterminant d'une somme de 2 matrices comme la somme des déterminants et dans un nombre non négligeable de copies, on trouve l'erreur du type  $\det(-m) = -\det(m)$ .

De même beaucoup de candidats osent affirmer que, puisque  $\det(g) = 1$ ,  $g$  est une rotation dont l'angle est bien entendu compris entre 0 et  $\pi$  (puisque cela doit être conforme à l'énoncé).

La question I-5 témoigne la plupart du temps de la méconnaissance totale des candidats sur les notions élémentaires de groupes et de sous-groupes. On se contente de vérifier que  $m_1 m_2$  est dans  $G$  et parfois même on arrive à "prouver" que  $m_1 + m_2$  est dans  $G$ .

La deuxième partie est assez technique mais faisable du moins si l'on n'a pas perdu son temps avec des justifications trop lourdes dans la première partie.

La question II-1 permet encore de retrouver toutes les dimensions possibles pour  $V$  comprises cette fois entre 1 et 6, beaucoup de candidats se contentant de dire que  $V$  est un espace vectoriel de matrices  $2 \times 2$  symétriques et donc est de dimension  $2 \cdot (2+1)/2 = 3 \dots$

Signalons en passant que des candidats ont commis l'erreur de donner comme éléments de base des matrices dégénérées.

Dans la question II-1b, la preuve que  $I_g$  n'est pas nul n'a mené à rien la plupart du temps sauf dans de très rares bonnes copies.

Dans la question II-2, seuls ceux qui ont vu que  $g^2 = -I$  pouvaient s'en sortir et beaucoup trop souvent (manque de temps sans doute) les justifications relèvent de la tromperie, les matrices commutant à loisir, l'important étant d'arriver à un résultat plausible.

Les questions II-3 et II-4 n'ont été que très rarement abordées.

### **III) CONCLUSION**

En conclusion, l'impression générale est assez moyenne. On regrette, compte tenu du sujet, que les connaissances sur les structures élémentaires soient si faibles. Mais le grief majeur concerne la malhonnêteté intellectuelle de candidats qui, sous prétexte d'aboutir à un résultat suggéré dans l'énoncé, sont prêts à affirmer n'importe quoi du style :

*"l'application  $f:(t,m) \rightarrow I\cos(t)+m$  est injective car son noyau est nul, donc bijective"*

On regrette aussi que la solution la plus simple et donc la plus pertinente ne soit pas systématiquement recherchée. Beaucoup moins d'effort dans la première partie aurait permis à un plus grand nombre d'aborder correctement la deuxième partie.