



026

CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech - ESTP - POLYTECH**Épreuve de Physique - Chimie PSI**

Durée 4 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est autorisé.

AVERTISSEMENT

- Les données et formules utiles à la résolution du sujet figurent en fin d'énoncé.
- Tout au long de l'énoncé, les paragraphes en italique ont pour objet d'aider à la compréhension du problème.
- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le(la) candidat(e).
- Le sujet comporte une résolution de problème. Elle devra présenter de manière claire une démarche scientifique détaillée et basée, d'une part sur les documents fournis, et d'autre part sur les connaissances du candidat. Toute tentative de réponse pertinente, même incomplète, sera prise en compte lors de la notation.
- À titre indicatif, une durée conseillée pour traiter chaque partie est indiquée en début de partie.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

PREMIÈRE PARTIE

OPTIMISATION DE RENDEMENTS THERMODYNAMIQUES

Lors de chaque étape de conversion d'énergie se pose la question du rendement, primordiale au niveau des applications. Alors que les moteurs et alternateurs réalisent une conversion de puissance électrique-mécanique quasi-totale, les machines thermiques présentent des limites strictes issues de la thermodynamique. Énoncées pour la première fois par Carnot, elles sont de nos jours abordées industriellement sous la forme du rendement à puissance maximale, menant à des résultats plus pertinents mais légèrement moins généraux. Nous traitons dans une première partie son application aux centrales nucléaires, géothermiques ou encore à combustible fossile.

La conversion d'énergie dans les piles peut aussi être abordée en thermochimie, le « rendement thermodynamique » étant rencontré assez couramment, surtout dans le milieu anglo-saxon. Son interprétation est cependant différente de celle liée à une machine ditherme et sera discutée dans une seconde partie.

RENDEMENT À PUISSANCE MAXIMALE (~1h30)

A / Cycle de Carnot

On considère un moteur ditherme fonctionnant entre une source chaude de température T_c et une source froide de température T_f . On note respectivement Q_c et Q_f les transferts thermiques associés et W le travail reçu sur un cycle. Ces quantités sont algébriques, comme représenté sur la figure 1.

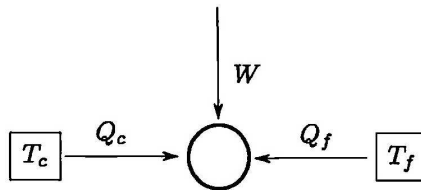


FIGURE 1 – Schéma général d'une machine ditherme.

- A1.** Lors du fonctionnement de la machine, quels sont les signes de Q_c , Q_f et W ?
- A2.** Définir le rendement η de cette machine, et donner sa valeur maximale η_{\max} . Aucune démonstration n'est demandée. Sous quelle(s) condition(s) est-il atteint ?

Ce rendement est obtenu pour un cycle de Carnot, constitué de quatre transformations : deux adiabatiques et deux isothermes.

- A3.** Lors des phases isothermes, fluide et thermostat sont à la même température : qu'est-ce que cela implique sur les transferts thermiques ? Cela vous paraît-il raisonnable industriellement ?

- A4.** Sur le tableau de la figure 2 sont indiqués les rendements de différentes centrales électriques (η_{obs}) ainsi que les températures des sources chaudes et froides associées. Calculer puis commenter les valeurs des rendements η_{max} pour ces installations.

Centrale électrique	T_f (°C)	T_c (°C)	η_{obs}
Centrale à charbon (West Thurrock - Angleterre)	25	565	0,36
Centrale nucléaire (Canada)	25	300	0,3
Centrale géothermique (Larderello - Italie)	80	250	0,16

FIGURE 2 – Rendements de certaines installations électriques.

B / Origine des résistances thermiques

Le cycle précédent présente un rendement optimal, le rendement de Carnot. Cependant, la propriété principale d'un moteur n'est pas son rendement, mais sa puissance maximale : pour cela, on diminue volontairement la température associée au contact avec la source chaude de T_c à $T'_c < T_c$. Se plaçant dans le cas pratique d'un fluide caloporteur circulant dans une conduite cylindrique en contact avec la source chaude, on étudie les transferts thermiques mis en jeu.

Une conduite cylindrique de cuivre de conductivité thermique λ a un rayon extérieur r_2 en contact avec le milieu environnant à T_c et un rayon intérieur r_1 en contact avec le fluide à T'_c . La longueur L du cylindre sera considérée comme très grande devant les autres longueurs du problème. On s'intéresse aux transferts thermiques entre l'intérieur et l'extérieur de la conduite pour évaluer la perte d'énergie thermique due au processus de diffusion, on note (r, θ, z) les coordonnées cylindriques d'un point, $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ les vecteurs unitaires correspondants et on se place en régime permanent.

- B1.** Rappeler la loi de Fourier reliant le vecteur densité de courant thermique \vec{j}_q et la température T en précisant l'unité de chaque grandeur présente. Donner un ordre de grandeur des conductivités thermiques de l'eau et du béton.
- B2.** Schématiser la géométrie du problème. Justifier que $\vec{j}_q(r, \theta, z) = j_q(r)\vec{e}_r$.
- B3.** On note $J_q(r)$ le flux thermique total à travers la surface latérale du cylindre d'axe (Oz) , de rayon r et de longueur L . Exprimer $J_q(r)$ en fonction de $j_q(r)$, r et L .
- B4.** Justifier que le flux $J_q(r)$ est indépendant de r . En déduire que $j_q(r) = A/r$ avec A une constante à déterminer en fonction de J_q .
- B5.** En déduire l'expression de la différence de température $T'_c - T_c$.
- B6.** Rappeler la définition de la résistance thermique. Donner son unité. Quelle analogie peut-on faire avec l'électrocinétique et sous quelle(s) condition(s) est-elle valide ?
- B7.** Déterminer l'expression de la résistance thermique R_{th} de la conduite cylindrique.

C / Rendement à puissance maximale

Les résistances thermiques étant décrites, on s'intéresse au fonctionnement général de la machine thermique. Ce travail, réalisé dans la seconde moitié du XX^e siècle par F. L. CURZON et B. AHLBORN, a rencontré un fort succès et a depuis été adapté à de nombreuses situations. On présente une version simplifiée des travaux initiaux, le résultat clef étant conservé.

On considère le cycle thermodynamique suivant :

- Une transformation adiabatique menant le fluide de T'_c à T_f ;
- une transformation isotherme à T_f associée à un transfert thermique Q_f avec la source froide de température T_f ;
- une transformation adiabatique menant le fluide de T_f à T'_c ;
- une transformation isotherme à T'_c , associée à un transfert thermique Q_c avec la source chaude de température T_c . On note sa durée Δt_c et la résistance thermique associée R_{th} .

Toutes les transformations du fluide sont supposées réversibles et la durée totale du cycle est notée $\Delta t_{tot} = \alpha \Delta t_c$, où α est une constante. Le schéma de la figure 3 résume la situation.

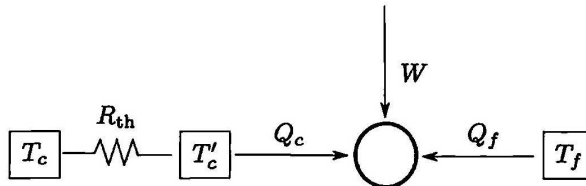


FIGURE 3 – Prise en compte d'une résistance thermique.

- C1.** Exprimer le transfert thermique Q_c en fonction notamment de la résistance thermique R_{th} et de la durée Δt_c .
- C2.** Écrire les premier et second principes de la thermodynamique pour le fluide considéré.
- C3.** À l'aide des questions précédentes, exprimer la puissance moyenne fournie par la machine thermique P_m , dans un premier temps en fonction de W et Δt_{tot} ; puis dans un second temps en fonction de R_{th} , α ainsi que des différentes températures mises en jeu.
- C4.** Quelle doit être la valeur de T'_c pour un fonctionnement à puissance maximale ?
- C5.** Exprimer le rendement dans ces conditions en fonction de T_c et T_f , puis l'évaluer pour les installations industrielles de la figure 2. Commenter.
- C6.** La machine thermique dans son ensemble ne fonctionne pas de manière réversible. Proposer des sources d'irréversibilité à considérer lors d'une utilisation pratique.

RENDEMENT THERMODYNAMIQUE DES PILES (~1h20)

Les réactions de combustions sont principalement utilisées dans les moteurs à explosion. Cependant, elles peuvent aussi produire de la lumière, comme le montrent les couleurs bleues des flammes (issues de la recombinaisons de radicaux), ou encore de l'électricité via des réactions électrochimiques. C'est à cette dernière forme de transformation d'énergie que l'on s'intéresse ici, en étudiant un équivalent pour les piles du rendement d'un moteur thermique.

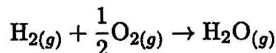
On s'intéresse à un système S siège d'une réaction chimique et on définit le rendement thermodynamique par $\eta = W'_{\max}/Q$, où :

- $-Q$ est le transfert thermique fourni au milieu extérieur lorsqu'aucun travail électrique n'est tiré de la réaction. Q est, dans ces conditions, le transfert thermique algébrique reçu par le système S ;
- $-W'_{\max}$ est le travail électrique maximal fourni au milieu extérieur lorsqu'un travail électrique est tiré de la réaction. W'_{\max} est le travail électrique algébriquement reçu par S .

On s'intéressera successivement à l'évaluation de ces différents termes en s'appuyant sur la réaction de combustion de l'hydrogène, puis on discutera le sens physique du rendement thermodynamique.

D / Expression du transfert thermique

On modélise l'évolution chimique du système lors de la combustion de l'hydrogène par la réaction suivante :



Cette réaction a lieu à l'air libre de température $T_0 = 300$ K et de pression P_0 et on note ξ son avancement.

- D1.** Dans quel but cette réaction peut-elle être utilisée en travaux pratiques ?
- D2.** Citer une application industrielle la mettant en jeu.
- D3.** Rappeler la définition d'une grandeur de réaction et de l'enthalpie H .
- D4.** Estimer numériquement $\Delta_r H^\circ$ à partir des énergies de liaison fournies. $\Delta_r H^\circ$ sera par la suite supposé indépendant de la température.
- D5.** Établir que $Q = \xi \Delta_r H^\circ$ dans le cas présent.
- D6.** Dans quelle(s) condition(s) la température atteignable au cours de cette combustion (la *température de flamme*) est-elle maximale ?
- D7.** Déterminer dans ce cas la valeur de cette température maximale. On se placera dans le cas d'un milieu contenant uniquement du dihydrogène et du dioxygène en proportions stœchiométriques et on détaillera avec soin le raisonnement utilisé.

E / Expression du travail électrique

Il est possible de générer un travail électrique *via* cette réaction chimique en séparant spatialement les deux réactifs : on parle de *pile à combustible*. Une membrane échangeuse de protons mais de résistance électrique élevée sépare alors l'anode de la cathode, où ont lieu des réactions d'oxydo-réduction différentes menant au même bilan global que précédemment. L'évolution est supposée isobare (à pression P_0) et isotherme (à température $T_0 = 300$ K).

- E1.** Le dihydrogène joue-t-il le rôle d'oxydant ou de réducteur ? Écrire la demi-équation d'oxydoréduction associée.
- E2.** Le dioxygène joue-t-il le rôle d'oxydant ou de réducteur ? Écrire la demi-équation d'oxydoréduction associée.
- E3.** Quelle est la définition d'un potentiel thermodynamique et de l'enthalpie libre G ?
- E4.** Sous quelle condition l'enthalpie libre est-elle un potentiel thermodynamique ? Quelle contrainte cela impose-t-il sur le signe de $\Delta_r G$ dans le cas présent ?

Pour la suite de l'étude, on se placera dans les conditions standard.

- E5.** En partant des premier et second principes de la thermodynamique, montrer que le travail électrique maximal fourni par la pile $-W'_{\max}$ vaut $-\xi \Delta_r G^0$.
- E6.** À quel cas correspond la limite $W' = W'_{\max}$?
- E7.** On donne $\Delta_r S^0 \simeq -163 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. Justifier le signe de cette quantité.
- E8.** Évaluer numériquement le travail maximal fourni par la réaction d'une mole de dihydrogène.

Les contraintes environnementales actuelles ont entraîné le développement de la filière hydrogène : on remarque que la *combustion* étudiée ici ne génère pas de dioxyde de carbone.

- E9.** Comment est-il possible de *synthétiser* du dihydrogène de manière « verte », c'est-à-dire notamment sans produire de dioxyde de carbone ?
- E10.** Quelle est la principale limite à son utilisation massive comme vecteur d'énergie ?

F / Rendement thermodynamique

Dans cette partie, comme dans la fin de la précédente, nous travaillons dans les conditions standard.

- F1.** Quelle(s) analogie(s) et différence(s) existe-t-il entre la définition du rendement thermodynamique pour une pile et pour une machine thermique ditherme ?
- F2.** Exprimer le rendement thermodynamique à partir des grandeurs de réaction standard relatives à l'enthalpie et l'entropie et l'évaluer numériquement dans le cas de la réaction étudiée.
- F3.** Dans les situations proposées suivantes, déterminer si la réaction chimique est thermodynamiquement possible, auquel cas donner une limite inférieure au rendement thermodynamique :
1. $\Delta_r H > 0$ et $\Delta_r S < 0$.
 2. $\Delta_r H < 0$ et $\Delta_r S > 0$.

Pour certaines piles, notamment les *piles de concentration*, la réaction associée est, en l'absence de travail autre que celui des forces de pression, athermique.

- F4.** Y a-t-il transformation d'énergie de liaison en travail électrique lors du fonctionnement d'une telle pile ?
- F5.** Évaluer dans ce cas la variation d'enthalpie ΔH au cours de la transformation : d'où provient l'énergie électrique débitée par la pile ?
- F6.** Peut-on parler de rendement thermodynamique dans ce cas ?
- F7.** En conclusion, le rendement thermodynamique pour une pile est-t-il associé à des contraintes similaires à celui d'un moteur ditherme ? Quel peut-être son intérêt pratique ?

SECONDE PARTIE

Conversion d'énergie électrostatique par les phénomènes atmosphériques et nucléaires

L'utilisation des phénomènes électriques comme ressource énergétique peut être envisagée dans deux domaines très différents de la physique dont nous cherchons à évaluer les ordres de grandeur. D'une part, lors des orages, où suite aux travaux pionniers de Benjamin Franklin le lien entre électricité et foudre a été démontré. D'autre part en physique nucléaire, où le moteur d'une réaction de fission est essentiellement électrostatique.

ÉNERGIE DES ÉCLAIRS (~30 min)

Document 1. *Panorama de la physique*, Édition Belin, 2007 :

On est souvent étonné d'apprendre l'existence d'un champ électrique permanent dans l'atmosphère. Entre la haute atmosphère, vers 50 km, et la surface terrestre, la différence de potentiel est de 300 kV. [...] Quel est le générateur capable de maintenir 300 kV entre la surface et l'électrosphère malgré [l'existence d'un] courant de fuite ? Il a fallu attendre 1920 pour que C.T.R Wilson, prix Nobel de physique, l'identifie. Il s'agit des nuages, très développés pendant un orage, les cumulonimbus, qui sont chargés positivement dans leur partie haute et froide, et négativement dans leur partie basse et chaude. Ces charges électriques apparaissent en même temps que les chutes de grêle, signe que leur formation est liée à ces précipitations. [...] Lors du développement du nuage, la charge électrique de sa base induit une forte différence de potentiel avec le sol. Dès que [le champ électrique] atteint quelques 300 kV.m^{-1} , valeur inférieure au [champ] de claquage de l'air (2 MV.m^{-1}), une décharge apparaît.

Document 2. *Atmosphère, océan et climat*, Édition Belin, 2007 :

Description d'un cumulonimbus

- Hauteur basse : 400 m à 1 km
- Épaisseur : Plusieurs km
- Composition : liquide et glace
- Précipitations : Forte pluie, parfois grêle
- Aspect : Nuage dense à extension verticale considérable se développant à partir de cumulus congestus. Sa partie supérieure s'étale souvent en forme d'enclume. C'est le nuage d'orage.

Document 3. Donnée issue de *Météo-France* :

Nombre moyen d'impacts de foudre au sol par km^2 et par an : en France intérieure, varie suivant les régions entre 1 et 2.

Document 4. La vie du rail - Hors série - Le TGV Nord Europe, 1993 :**Fiche technique du TGV Réseau**

- Vitesse maximale en service commercial : $300 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$
- Puissance aux arbres des moteurs de traction sous 25 kV : 8 800 kW
- Puissance aux arbres des moteurs de traction sous 1,5 kV : 3 680 kW
- Puissance unitaire des moteurs de traction : 1 100 kW
- Nombre de moteurs de traction : 8

G / Résolution de problème

- G1.** Combien de temps pourrait-on faire avancer un TGV en récupérant durant un an toute l'énergie issue des éclairs frappant une grande ville française ?

Cette résolution de problème devra présenter de manière claire une démarche scientifique détaillée et basée, d'une part sur les documents fournis, et d'autre part sur les connaissances du candidat. Toute tentative de réponse pertinente, même incomplète, sera prise en compte lors de la notation.

ÉNERGIE D'UN NOYAU (~40 min)

La filière nucléaire représente actuellement près de 75% de l'énergie électrique produite en France. Bien que la physique mise en jeu lors d'une réaction de fission puisse s'avérer très complexe, une modélisation simple du noyau suffit pour saisir l'essentiel du problème : on parle du « modèle de la goutte liquide ». Nous nous intéressons uniquement à sa composante électrostatique pour retrouver l'ordre de grandeur de l'énergie libérée par une réaction de fission.

Le noyau atomique est modélisé par une boule de rayon R uniformément chargée en volume et on note ρ la densité volumique de charge électrique.

H / Champ électrostatique

Nous utilisons les coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) , où le centre du noyau constitue l'origine O du repère.

- H1.** Lister les invariances de la distribution volumique de charge. Qu'en déduit-on pour le champ électrostatique ?
- H2.** Par l'utilisation de symétries, montrer que le champ créé en un point M à une distance r du centre O peut s'écrire $\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r$.
- H3.** Déterminer ce champ en un point M à l'extérieur du noyau ($r > R$).
- H4.** Déterminer ce champ en un point M à l'intérieur du noyau ($r \leq R$).

I / Énergie électrostatique

- I1.** Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie liée au champ électrique.
- I2.** Montrer que dans le cas présent, l'énergie électrostatique totale \mathcal{E} peut s'écrire comme la somme de deux intégrales, portant respectivement sur l'intérieur et l'extérieur du noyau.

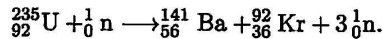
I3. En déduire que

$$\mathcal{E} = \beta \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

où Q est la charge totale du noyau et β un coefficient numérique de l'ordre de l'unité à déterminer.

J / Réaction de fission

De nombreuses réactions de fission différentes mettant en jeu l'uranium 235 se passent au sein d'un réacteur nucléaire. Nous nous intéressons à l'une d'entre elles, dont le bilan est :



Cette réaction libère une énergie de l'ordre de 200 MeV. Les données situées à la fin du sujet comprennent la constante de Coulomb ainsi que la densité volumique de nucléons dans le noyau.

J1. Quels noyaux peuvent être concernés par une réaction de fission ?

J2. Évaluer le rayon R des différents noyaux impliqués.

J3. En déduire l'énergie électrostatique libérée lors de la réaction de fission et comparer sa valeur à celle annoncée.

J4. Cette approche permet-elle d'expliquer le phénomène de fusion nucléaire ?

DONNÉES

- Énergies de liaison :
 - $D_{\text{H-H}} = 436 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
 - $D_{\text{O=O}} = 498 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
 - $D_{\text{H-O}} = 463 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Capacités thermiques molaires à pression constante, supposées indépendantes de la température :
 - $C_{p,m}(\text{H}_2\text{O}(g)) = 34 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.
 - $C_{p,m}(\text{H}_2(g)) = C_{p,m}(\text{O}_2(g)) = 29 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.
- Gradient et divergence en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\text{grad}}f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z.$$

$$\text{div}\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

- Constante de Coulomb : $(4\pi\epsilon_0)^{-1} = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{C}^{-2}$.
- Densité volumique de nucléons dans le noyau : $\mu = 0,14 \text{ fm}^{-3}$.

Fin de l'épreuve