

Centrale Physique et Chimie 1 PSI 2018 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Stéphane Ravier (professeur en CPGE) ; il a été relu par Tom Morel (professeur en CPGE) et Cyril Ravat (professeur en CPGE).

Concurrent du train à grande vitesse français, un type de train à sustentation magnétique, le Transrapid, est le thème de cette épreuve. Un tel train utilise les forces magnétiques pour léviter au-dessus de la voie, ce qui élimine tout contact solide, réduisant l'usure et la consommation d'énergie. Le Transrapid, dont les principes théoriques ont été établis dès 1914, n'a pour l'instant qu'une seule réalisation commerciale, sur une ligne de 30 km en Chine. Le sujet est partagé en quatre parties de longueurs très inégales.

- La première partie, qui ne comporte que cinq questions, est centrée sur des problèmes de dimensionnement d'un dispositif. Le but est de montrer qu'une simple bobine, sans matériau ferromagnétique, ne permet pas d'atteindre l'objectif fixé, à savoir permettre la lévitation d'une rame de train. Orientée dans l'esprit « résolution de problème », il ne faut pas hésiter à formuler des hypothèses afin de parvenir à un résultat pertinent. Sur le fond, il s'agit simplement du champ magnétique créé par un solénoïde et de la puissance Joule qu'un conducteur filiforme dégage lors du passage d'un courant électrique.
- La deuxième partie permet d'établir l'expression de la force électromagnétique qui assure la sustentation de la rame, lorsque l'on considère un dispositif où les matériaux ferromagnétiques sont présents. Bien que l'approche suivie soit très classique, l'énoncé est extrêmement détaillé, ce qui le rend parfois laborieux. Toute la modélisation étant donnée, cette partie ne présente pas de difficulté. Elle se termine par la démonstration de l'instabilité du dispositif.
- Pour corriger le problème d'instabilité, il convient d'envisager un asservissement en position de la rame. Un exemple de capteur de position, qui met également en œuvre un circuit magnétique, est étudié, ainsi que son électronique de conditionnement. On rencontre à cette occasion un circuit à ALI et un multiplicateur, deux composants étudiés dans le cours.
- Ce sujet se termine par une courte partie dédiée à la consommation énergétique du Transrapid. À partir des données fournies, il convient de proposer une modélisation permettant d'estimer la puissance nécessaire pour faire rouler un Transrapid ou un TGV à $300 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Regrettons que les valeurs numériques proposées conduisent à une interprétation largement exagérée de la différence de puissance requise par ces deux dispositifs ferroviaires à grande vitesse.

Les questions sont très classiques et très proches du cours, hormis quelques questions plus ouvertes ou qui reposent sur l'étude des annexes. Contrairement aux années précédentes, de nombreuses questions intermédiaires sont proposées, ce qui n'est pas habituel pour un concours de ce niveau. Cela en fait cependant un sujet de révision intéressant, appuyé sur un système réel.

INDICATIONS

Partie I

- 1 Modéliser le solénoïde par un solénoïde infini et calculer le courant requis pour atteindre 4 T à l'intérieur. Calculer ensuite la puissance Joule dissipée par le fil résistif que l'on peut modéliser par un conducteur filiforme. Conclure en déterminant le temps requis, dans l'hypothèse où le solénoïde serait isolé thermiquement, pour atteindre la température de fusion du cuivre.
- 2 L'eau doit rester liquide durant tout le processus. On en déduit une valeur maximale de différence de température. Appliquer la loi de Newton rappelée dans le formulaire pour en déduire la surface de contact.
- 3 Lors du contact avec le solénoïde, l'eau subit une variation de température égale à celle calculée précédemment. Appliquer le premier principe de la thermodynamique en écoulement permanent pour déterminer le débit massique d'eau requis.

Partie II

- 9 La relation à obtenir relie les normes des champs magnétiques, pas les vecteurs.
- 14 Les deux matériaux ferromagnétiques étant identiques, on peut noter H_f leur excitation magnétique commune (et non H_1, H_2). Attention, l'entrefer est double.
- 15 Utiliser la conservation du flux et le caractère linéaire des matériaux (ferromagnétique et air) pour exprimer les excitations magnétiques en fonction de B_2 .
- 16 Ce n'est pas la question 12 qu'il faut utiliser, mais la 13 (ordre de grandeur de la perméabilité relative) pour simplifier l'expression.
- 20 Utiliser également les données numériques de la question suivante pour pouvoir faire l'application numérique pour m .
- 22 Analyser l'évolution du système si, par le jeu des fluctuations, la distance entre le rail et la rame venait à varier à partir de la position à l'équilibre.

Partie III

- 23 Vérifier que la situation, pour chaque bobine, est identique à celle étudiée dans la partie II.
- 32 Vérifier que les données numériques placent l'étude dans le domaine déterminé à la question précédente.
- 34 La sortie du multiplieur est $s_m(t) = K_m e(t) u_s(t)$. Tous les termes de la décomposition spectrale sont proportionnels à Δz mais on cherche un terme continu.
- 35 Choisir un filtre simple, par exemple avec une résistance et un condensateur.
- 36 La sensibilité d'un capteur est le coefficient de proportionnalité entre la réponse de ce dernier et la grandeur mesurée, ici $S_m/\Delta z$.

Partie IV

- 38 Le TGV est en contact avec les rails, contrairement au Transrapid.
- 39 Appliquer le théorème de la puissance cinétique et transformer la dérivée temporelle en dérivée spatiale.
- 40 Calculer la moyenne de v^3 à l'aide des résultats de la question précédente.

TRAINS À SUSTENTATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

I. RÉALISATION D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE INTENSE

1 On se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétique, ce qui fait que l'on peut négliger le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère. Cela implique que les équations qui régissent le champ magnétique sont les mêmes qu'en magnétostatique.

La fréquence est celle du réseau électrique, soit 50 Hz, ce qui fait que l'ARQS est très bien vérifiée puisqu'il suffit que la longueur des circuits en jeu soit faible devant la distance caractéristique de propagation $c/f \simeq 6\,000$ km.

Supposons que le solénoïde puisse être assimilé à un solénoïde infiniment long, c'est-à-dire que l'on puisse négliger tout effet de bord. Le champ magnétique est uniforme à l'intérieur de ce solénoïde et vaut, en reprenant les données de l'annexe 1,

$$B(t) = \mu_0 \frac{N}{L} I(t)$$

Si ce résultat doit être connu, il peut aussi être démontré, à l'aide du théorème d'Ampère, en admettant que le champ magnétique à l'extérieur est nul.

On en déduit l'intensité nécessaire pour obtenir $B = 4$ T :

$$I = \frac{L B}{\mu_0 N} = 1,6 \cdot 10^2 \text{ A}$$

Le conducteur qui compose cette bobine peut être modélisé par un conducteur filiforme de section $s = \pi d^2/4$ et de longueur $\ell = N \pi D$. Sa résistance est donnée par

$$R = \rho \frac{\ell}{s} = \rho \frac{4ND}{d^2}$$

On en déduit la puissance dissipée par effet Joule dans ce conducteur

$$\mathcal{P}_j = R I^2 = \rho \frac{4ND}{d^2} I^2 = 8,5 \cdot 10^2 \text{ kW}$$

Imaginons que le solénoïde, de masse $m = \mu s \ell$, soit isolé thermiquement. Le premier principe de la thermodynamique pendant la durée dt s'écrit alors

$$m c dT = \mathcal{P}_j dt$$

Déterminons la durée τ nécessaire pour élever la température de $\Delta T = 1\,058$ K (différence entre la température de fusion du cuivre et la température ambiante de 298 K) :

$$\tau = \mu \frac{N \pi^2 d^2 D}{4 \mathcal{P}_j} c \Delta T = 85 \text{ s}$$

Cela signifie que le cuivre atteint sa température de fusion en moins d'une minute trente! **Ce dispositif n'est donc pas viable en l'état.** Il faut a minima prévoir un dispositif efficace de refroidissement.

L'hypothèse d'adiabaticité est forte et on pourrait proposer un modèle plus complet en prenant en compte les pertes par convection par exemple (en assurant une bonne ventilation). Le modèle serait certes un peu plus réaliste, mais il serait aussi plus délicat à manier. En outre, il faudrait proposer une valeur pour le coefficient conducto-convectif avec l'air. Les ordres de grandeur en jeu ici font que cette correction au modèle initial est bien insuffisante pour permettre d'envisager un fonctionnement permanent du solénoïde.

2 L'eau du dispositif ne doit pas se vaporiser : la température maximale de la bobine doit donc rester inférieure à 100°C . Choisissons 80°C . Par ailleurs, l'eau peut être choisie relativement froide au départ (10°C), ce qui donne une différence de température acceptable entre la bobine et l'eau de 70°C au maximum.

La loi de Newton pour le transfert conducto-convectif en régime permanent permet d'évacuer la puissance produite par effet Joule selon

$$\mathcal{P}_j = h S \Delta T$$

donc

$$S = \frac{\mathcal{P}_j}{h \Delta T} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ m}^2$$

Cette surface, rapportée aux dimensions de la bobine, est extrêmement importante.

3 Pendant son contact avec le solénoïde, l'eau passe progressivement de sa température d'entrée (10°C) à sa température maximale acceptable (80°C), c'est-à-dire qu'elle subit une variation de température de ΔT . Le premier principe de la thermodynamique en écoulement permanent s'écrit, en notant D_m le débit massique d'eau et Δh la variation d'enthalpie massique de l'eau,

$$D_m \Delta h = \mathcal{P}_j$$

Puisque l'eau est une phase condensée, $\Delta h = c_e \Delta T$. Par conséquent,

$$D_m = \frac{\mathcal{P}_j}{c_e \Delta T} = 2,9 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

4 Si le débit trouvé est réalisable, ce ne serait pas simple à mettre en pratique dans un dispositif mobile. Il faut en effet prévoir une pompe et une grande quantité d'eau. En outre, cette eau doit soit être renouvelée en permanence (ce qui impliquerait de ne construire les lignes de transport que le long de fleuve), soit il faut également la refroidir pour permettre un fonctionnement en circuit fermé. **Un tel système de refroidissement semble peu réaliste.**

5 Les supraconducteurs ne présentent aucune résistance électrique, donc aucun effet Joule. Par conséquent, le principal obstacle relevé dans les questions précédentes, à savoir l'évacuation de la puissance dissipée par effet Joule, disparaît.

II. LA SUSTENTATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DU TRANSRAPID

6 En présence d'une aimantation \vec{M} non nulle, l'équation de Maxwell-Ampère doit être modifiée car on constate que le champ magnétique est lié non seulement au courant de conduction \vec{j} mais également à un terme dû à l'aimantation. Dans ce cas, on introduit l'excitation magnétique \vec{H} définie par

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

L'énoncé n'est pas forcément très clair, car il semble attendre deux réponses distinctes entre la définition de l'excitation magnétique et son expression en fonction du champ magnétique.