X Physique A PC 2015 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Jérôme Lambert (Enseignant-chercheur à l'université) ; il a été relu par Rémi Lehe (ENS Ulm) et par Vincent Freulon (Professeur en CPGE).

Ce problème porte sur la mesure des variations de la distance Terre-Lune par télémétrie laser et sur la physique de ces variations. Il s'appuie sur la lecture d'un article consacré à ces questions, à laquelle le candidat était prié de consacrer une petite demie-heure.

- Les trois premières parties sont consacrées à la technique de mesure de la distance Terre-Lune, qui est basée sur la mesure du temps d'aller et retour d'une impulsion laser émise depuis la Terre et réfléchie sur la Lune. Ce temps est influencé par l'indice de l'atmosphère terrestre (Partie I) et par des effets gravitationnels dus à la présence du Soleil (Partie II). Du fait de différents facteurs le faisceau émis depuis la Terre est très fortement atténué à son retour, ce qui rend l'utilisation d'un laser obligatoire (Partie III).
- La Partie IV traite des variations de la distance Terre-Lune à l'échelle d'une journée et de la possibilité de déduire la latitude de l'observatoire terrestre de ces variations.
- La partie V aborde les variations de la distance à l'échelle du mois. C'est l'occasion d'analyser l'orbite de la Lune autour de la Terre.
- La dernière partie s'intéresse à des tests rendus possibles par la grande précision de l'expérience étudiée.

Certaines parties ne sont pas aussi simples que leur énoncé pourrait le laisser supposer. La partie I nécessite par exemple que l'on complète les informations données par l'énoncé pour parvenir à poser un modèle convaincant. Les parties IV et V, basées sur l'analyse d'un document, demandent de la rigueur sur la portée de l'interprétation des résultats qui sont proposés. Elles contiennent en outre quelques calculs numériques un peu fastidieux (les calculettes étaient interdites).

Ce problème est très intéressant et bien construit. Il est bien dans l'optique des nouveaux programmes, ce dont témoignent deux facteurs : il repose sur l'étude d'un article, dont les figures font l'objet d'une analyse approfondie, et il comporte des questions relativement ouvertes. Ceci peut être déstabilisant, il faut donc s'y entraîner. Ainsi, et bien que cela ne soit pas demandé dans l'énoncé, il est vivement conseillé de commencer la réponse à une question en posant le cadre dans lequel on choisit de travailler. De même, il faut s'appuyer sur des schémas pour faire apparaître toutes les grandeurs nécessaires à la résolution.

Indications

Partie I

2 Calculer $\rho(z)$ pour une atmosphère isotherme et en déduire les variations de l'indice en fonction de l'altitude.

5 Dans l'atmosphère « modèle » d'indice constant n_0 et d'épaisseur H, considérer que le rayon incliné parcourt une plus grande distance que le rayon vertical.

Partie II

6 Exprimer les dimensions de l'énergie en s'inspirant de l'expression d'une énergie cinétique de translation.

Partie III

11 Que devient un rayon porté par $\overrightarrow{u}$ lorsqu'il est réfléchi sur un miroir dont la normale est $\overrightarrow{e_x}$? Comment peut-on disposer les deux autres miroirs du cataphote ?

16 Relire les lignes 59 à 89 pour avoir une idée de ce que sont devenus les photons manquants. L'absorption de l'atmosphère et le rendement des détecteurs peuvent aussi être pris en compte.

Partie IV

18 À quelle heure le soleil atteint-il son zénith ? Ceci permet-il de placer la Lune par rapport au Soleil et à la Terre ?

19 Doit-on vraiment prendre en compte le mouvement de la Lune durant l'intervalle de temps de la mesure ? Quel phénomène a un temps d'évolution proche de la durée de la mesure ?

20 L'énoncé précise que l'on peut considérer que les réflecteurs sont placés au centre de la face visible de la Lune.

Partie V

22 Les lignes 117 à 121 sont assez utiles pour voir qu'il n'est pas évident que la Terre et la Lune se comportent comme des masses ponctuelles.

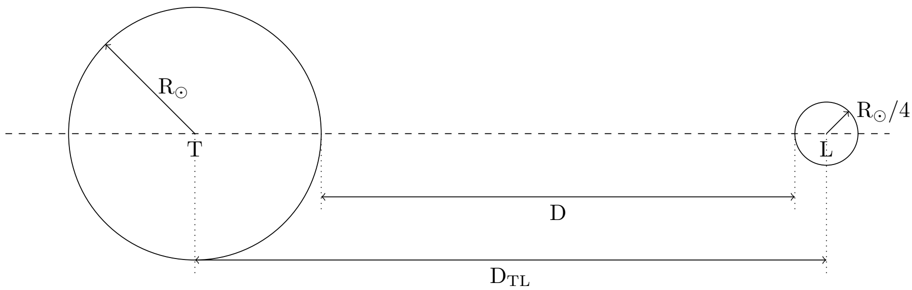
Partie VI

26 Même si G varie, la force d'attraction gravitationnelle reste une force centrale.

Objectif Lune

1 Les lignes 5 à 7 de l'article donnent l'ordre de grandeur de la durée Δt que met la lumière, dont la vitesse est c, pour parcourir l'espace séparant la surface de la Terre de la surface de la Lune dans les deux sens ($\Delta t = 2{,}5$ ms). On en déduit que la distance D entre le télescope émetteur et les cataphotes est de l'ordre de

$$\mathrm{D} = \frac{c\Delta t}{2} = 3{,}7.10^8 \text{ m}$$



Ajoutons les rayons de la Terre et de la Lune à D pour obtenir la distance $\mathrm{D_{TL}}$ entre les centres des deux astres considérés comme sphériques :

$$\boxed{\mathrm{D_{TL}} = \mathrm{D} + \mathrm{R}_\oplus + \mathrm{R_L} = 3{,}8.10^5 \text{ km}}$$

> Le texte ne donnait pas la valeur de la vitesse de la lumière c, qui fait donc partie des grandeurs à connaître.

I. Traversée de l'atmosphère

2 La mesure de la distance Terre-Lune est ici basée sur une mesure de temps de parcours de la lumière. Par conséquent, ce que l'on mesure par cette méthode est, à proprement parler, la longueur du chemin optique L, et non la distance réelle D. Pour un tir vertical, le chemin optique entre la Terre et la Lune s'écrit :

$$\mathrm{L} = \int_0^{\mathrm{D}} n(z)\mathrm{d}z$$

La différence $\delta\mathrm{D}$ entre ce chemin optique et la distance réelle D s'écrit donc :

$$\boxed{\delta\mathrm{D} = \mathrm{L} - \mathrm{D} = \int_0^{\mathrm{D}} (n(z) - 1)\mathrm{d}z}$$

3 Comme $n(z) - 1$ est proportionnel à $\rho(z)$, calculons l'évolution de la densité volumique de l'air dans le champ de pesanteur terrestre. La température T varie typiquement de quelques dizaines de kelvins sur l'épaisseur de l'atmosphère, ce qui est relativement faible par rapport à sa valeur absolue au sol $\mathrm{T_0}$ de l'ordre de 300 K. Dès lors, faisons l'hypothèse que la température T est une constante $\mathrm{T_0}$ sur toute l'épaisseur de l'atmosphère (modèle dit de l'atmosphère isotherme), que l'on considère comme un gaz parfait. Puisque l'air est considéré comme un gaz parfait à la température constante $\mathrm{T_0}$, on a

$$\mathrm{P}(z) = \rho(z)\,\frac{\mathrm{RT_0}}{\mathrm{M}}$$

D'autre part, la loi de l'hydrostatique s'écrit

$$\frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{d}z} = -\rho(z)\,g \qquad \text{(avec } \overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{e_z}\text{)}$$

Remplaçons $\mathrm{P}(z)$ dans cette expression par celle qui est issue de la loi des gaz parfaits pour obtenir l'équation différentielle vérifiée par $\rho(z)$

$$\frac{\mathrm{d}\rho(z)}{\mathrm{d}z} + \rho(z)\,\frac{\mathrm{M}g}{\mathrm{RT}_0} = 0$$

après factorisation par RT/M. Résolvons cette équation du premier ordre à coefficients constants. Il vient

$$\rho(z) = \rho(0)\exp\left(-\frac{z}{\mathrm{H}}\right)$$

avec
$$\boxed{\mathrm{H} = \frac{\mathrm{RT}_0}{\mathrm{M}g}}$$

On interprète ici H comme étant l'épaisseur caractéristique sur laquelle ρ varie notablement, que l'on identifie à la longueur caractéristique demandée par l'énoncé. Par hypothèse, $n(z) - 1$ est proportionnel à $\rho(z)$, si bien que l'on obtient :

$$n(z) - 1 = (n_0 - 1)\exp\left(-\frac{z}{\mathrm{H}}\right)$$

Injectons ce résultat dans l'expression de $\delta\mathrm{D}$ pour obtenir :

$$\delta\mathrm{D} = \int_0^{\mathrm{D}} (n_0 - 1)\exp\left(-\frac{z}{\mathrm{H}}\right)\mathrm{d}z$$

Puisque H représente maintenant l'épaisseur sur laquelle l'indice de l'atmosphère est distinct de celui du vide, il est raisonnable de poser que $\mathrm{H} \ll \mathrm{D}$. On peut donc changer la borne supérieure de l'intégrale en $+\infty$. Dès lors, on obtient

$$\boxed{\delta\mathrm{D} = \mathrm{H}\,(n_0 - 1)}$$

Tout se passe comme si l'atmosphère avait un indice optique uniforme n_0 et une épaisseur H.

> Il était ici indispensable de faire une hypothèse sur l'évolution de T, car l'évolution de $\rho(z)$ dépend clairement de celle de $\mathrm{T}(z)$, et l'énoncé ne donne pas d'information sur celle-ci. De plus, le fait de proposer une hypothèse de manière spontanée est ici conforme à l'esprit de ce type d'épreuve. En effet, l'énoncé précise dans son préambule que « Les hypothèses des modélisations doivent être clairement précisées et toutes les approximations doivent être explicitées et justifiées. »

4 Utilisons les valeurs numériques données pour trouver

$$\boxed{\mathrm{H} = \frac{\mathrm{RT}_0}{\mathrm{M}g} = 8{,}5\ \mathrm{km}}$$

Ce résultat confirme que l'hypothèse $\mathrm{H} \ll \mathrm{D}$ était justifiée. On en déduit que

$$\boxed{\delta\mathrm{D} = \mathrm{H}(n_0 - 1) = 2{,}5\ \mathrm{m}}$$

en accord avec le texte (ligne 176), qui mentionne un écart de « plusieurs mètres ».