

X Physique et Sciences de l'ingénieur MP 2013

Corrigé

Ce corrigé est proposé par Olivier Frantz (Professeur agrégé en école d'ingénieur) ; il a été relu par Guillaume Maimbourg (ENS Cachan) et Vincent Freulon (ENS Ulm).

L'épreuve a pour thème le haut-parleur et présente différents aspects de son fonctionnement, en se focalisant sur les améliorations pouvant lui être apportées.

- La partie 1 est classique. Elle propose l'étude électromécanique du haut-parleur afin de déterminer les équations de fonctionnement, qui seront utilisées dans les parties suivantes.
- Dans la partie 2, des méthodes pratiques, électriques et interférométriques, sont exposées, qui ont pour but de trouver les grandeurs caractéristiques du haut-parleur. Les questions ne sont pas classiques au sens strict mais ne surprendront pas le candidat à l'aise en travaux pratiques.
- La partie 3, typée sciences de l'ingénieur, s'intéresse à une machine de bobinage, qui peut avoir été vue en TP. Cette trancanneuse permet l'enroulement multicouche du fil avec inversion de sens de translation automatique.
- Enfin, la dernière partie aborde brièvement les asservissements qui permettent une fidélité plus grande du haut-parleur, à travers deux chaînes de retour, sur la vitesse ou sur l'accélération.

Les questions posées dans ce sujet sont variées et abordables en quatre heures. La première partie doit permettre d'assurer une note minimale alors que la deuxième nécessite d'avoir plus réfléchi sur l'électricité et l'optique ondulatoire. Les candidats n'ayant négligé ni la mécanique ni la partie de cours sur les asservissements pouvaient faire la différence dans les parties 3 et 4 qui, sans aller trop loin, demandent un peu de temps et de réflexion. De nombreuses questions pratiques et qualitatives sont disséminées tout au long du sujet et distinguaient les candidats ayant le plus de recul sur le programme.

INDICATIONS

Partie 1

- 2 Dessiner un schéma électrique équivalent et utiliser la loi des mailles.
- 5 Les suspensions sont identifiées dans le texte pages 1 et 2 et sur la figure 1.
- 6 Appliquer le principe de la statique en projection sur un axe vertical.
- 7.a Projeter le principe fondamental de la dynamique sur l'axe \vec{u}_z .
- 10 Multiplier l'équation [E] par l'intensité.
- 11 Multiplier l'équation [M] par la vitesse.
- 13 La moyenne de la dérivée d'un signal périodique est nulle.
- 14 Utiliser la loi de Laplace pour les gaz parfaits et en effectuer un développement limité pour une petite variation de pression et de volume Σz .
- 18.b Les résistances R_e et R_m sont indépendantes de la pulsation ω et la représentation permet de passer facilement de β_m à $1/\beta_m$.

Partie 2

- 20.c Exprimer le module au carré de la tension \underline{U}_{AS} avec la somme de \underline{U}_{AB} et \underline{U}_{BS} .
- 21.a Le complexe d'argument $\pi/4$ a sa partie réelle égale à sa partie imaginaire. On doit résoudre deux équations du second ordre et ne garder que les solutions positives.
- 27 La définition de la fréquence comme nombre de cycles par unité de temps permet de conclure en remarquant que $\cos \omega t$ parcourt quatre fois l'intervalle $[0; 1]$ sur une période.
- 29 Puisque $|\psi_m|$ est faible, effectuer un développement limité de V_D .

Partie 3

- 30.a Écrire la composition des vitesses entre les solides (1), (3) et (5). Utiliser la condition de roulement sans glissement entre les solides (3) et (5). Identifier les solides en translation et rotation pour écrire simplement la vitesse du point A.
- 33 La vitesse du chariot et la vitesse de translation du fil sont égales.
- 34 Le pas d'enroulement du fil doit être égal au diamètre du fil pour que les spires soient jointives.

Partie 4

- 38 Étudier la fonction de transfert aux limites (pulsation nulle ou infinie).
- 48 Trouver les domaines de variation possible de (H_3, ω_3, ζ_3) lorsque K_1 et K_2 varient.

UN TRANSDUCTEUR ÉLECTRODYNAMIQUE : LE HAUT-PARLEUR

1. FONCTIONNEMENT DE BASE

1.1 Équation électrique

1 Un circuit électrique en mouvement dans un champ magnétique permanent est le siège d'un champ électromoteur dit de Lorentz de la forme

$$\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$$

D'un bout à l'autre du circuit, ce champ électromoteur se manifeste par une force électromotrice telle que

$$e = \oint_{\text{circuit}} \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell}$$

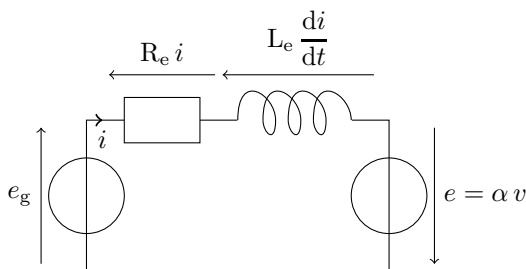
Le champ magnétique étant radial, le champ électromoteur est contenu dans le plan $(\vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. Or, la portion de circuit $d\vec{\ell} = a d\theta \vec{u}_\theta$ est orthoradiale. Le produit scalaire implique que seule la composante de la vitesse selon l'axe Oz contribue à la force électromotrice dans la bobine, partie mobile du circuit.

$$e = \int_{\text{bobine}} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = \int_{\text{bobine}} (B v \vec{u}_\theta) \cdot (a \vec{u}_\theta) d\theta$$

et

$$e = B v \ell$$

2 Le circuit électrique équivalent au haut-parleur est constitué de la source de tension idéale e_g , de la résistance R_e , de l'inductance L_e et de la force électromotrice exprimée à la question précédente $e = B \ell v = \alpha v$.



En appliquant la loi des mailles, on obtient l'équation électrique,

$$e_g + \alpha v = R_e i + L_e \frac{di}{dt} \quad [E]$$

La force électromotrice est toujours fléchée en convention générateur : dans le même sens que l'intensité.

3 Lorsque la tension d'alimentation est sinusoïdale et le circuit linéaire, on peut exprimer l'équation [E] en utilisant le formalisme complexe :

$$\underline{E}_g = R_e \underline{I} + j L_e \omega \underline{I} - \alpha \underline{V}$$

d'où

$$\underline{E}_g = \underline{Z}_e \underline{I} - \alpha \underline{V} \quad \text{avec} \quad \underline{Z}_e = R_e + j L_e \omega$$

1.2 Équation mécanique

4 La force de Laplace qui s'exerce sur un élément de bobine de longueur $d\vec{\ell}$ s'écrit

$$\begin{aligned} d\vec{F}_L &= i d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \\ &= -i B a d\theta \vec{u}_z \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\vec{F}_L = -i \ell B \vec{u}_z = -i \alpha \vec{u}_z$$

Cette force est dirigée dans le sens opposé à la vitesse de la bobine.

5 La suspension de raideur K_r est dite de **centrage et porte le numéro 2** et celle de raideur K_a **est identifiée par le numéro 6**.

6 Appliquons le principe fondamental de la statique à l'équipage mobile, en projection sur un axe vertical. Seuls le poids et le ressort de raideur K_r interviennent verticalement ce qui conduit à

$$0 = -K_r \delta_e + M_E g$$

soit

$$\delta_e = \frac{M_E g}{K_r} = 3.10^{-8} \text{ m}$$

Le défaut d'alignement de la bobine dans l'entrefer est négligeable devant l'amplitude des mouvements axiaux.

7.a Les forces suivantes sont dirigées selon l'axe Oz :

- la force de frottement $\vec{F}_f = -h \vec{v}$;
- la force de Laplace \vec{F}_L exprimée à la question 5 ;
- la force de rappel de la suspension $-K_a(z - z_0) \vec{u}_z$.

z_0 est la position de l'équipage mobile au repos. Aucune autre action mécanique ne possède de composante selon l'axe Oz. Le principe fondamental de la dynamique s'écrit, en projection sur l'axe Oz,

$$M_E \frac{d\vec{v}}{dt} = -h \vec{v} - i \alpha \vec{u}_z - K_a(z - z_0) \vec{u}_z = -h \vec{v} - i \alpha \vec{u}_z - K_a \int_{t_0}^t \vec{v} dt$$

On retrouve ainsi l'équation (2), en notant $z(t_0) = z_0$ et $z(t) = z$,

$$\vec{F}_L = h \vec{v} + M_E \frac{d\vec{v}}{dt} + i \alpha \vec{u}_z + K_a \int_{t_0}^t \vec{v} dt \quad (2)$$