Mines Physique 1 PC 2011 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Stanislas Antczak (Professeur agrégé) ; il a été relu par Michel Fruchart (ENS Lyon) et Jean-Julien Fleck (Professeur en CPGE).

Ce sujet, composé de trois parties indépendantes, s'intéresse à la physique de l'aviation. Aucune connaissance en aéronautique n'est cependant requise.

- La première partie définit les notions de portance et de traînée d'une aile puis étudie une aile rectangulaire de faible épaisseur. L'essentiel de cette partie de mécanique des fluides consiste à déterminer des expressions pour les coefficients de portance et de traînée en fonction de l'angle d'incidence de l'écoulement sur l'aile. Le point central de cette partie est un bilan de quantité de mouvement permettant de déterminer la force exercée par l'écoulement sur l'aile.
- La deuxième partie aborde la description thermodynamique de l'air traversant un turboréacteur. Elle débute par la constitution des diagrammes pression-volume et température-entropie de l'air en question, ce qui nécessite une analyse préalable complète du fonctionnement du turboréacteur. Une fois ce travail de compréhension effectué, la suite consiste à préciser cette description par le calcul de la température et de la pression de l'air aux différents endroits du turboréacteur. Il s'agit souvent de réaliser un bilan de puissance. Les connaissances nécessaires sont peu nombreuses, mais un certain recul est indispensable pour traiter efficacement cette partie.
- La dernière partie étudie le principe d'un altimètre à modulation de fréquence. Une fois de plus, quasiment aucune connaissance spécifique n'est nécessaire, mise à part celle des différents filtres présentés à la dernière question. Il faut alors être capable d'établir rapidement une fonction de transfert et surtout de l'interpréter pour savoir quel type de filtre est réalisé.

Cette épreuve est réalisable dans le temps imparti à condition d'aller droit au but. Sa difficulté ne réside pas dans les quelques connaissances mobilisées, ni dans les calculs, qui restent sommaires, mais dans les raisonnements. Il faut prendre le temps, au début de chaque partie (spécialement la deuxième), de comprendre le fonctionnement global du système étudié et de lire en diagonale l'énoncé jusqu'au bout pour savoir où l'on va. Sans cette prise de recul préalable, de nombreuses erreurs se répercutant tout au long de la partie sont à craindre.

Indications

Partie I

1 Penser à utiliser la relation de Bernoulli sur une ligne de courant.

5 Utiliser le fait que $\mathrm{S} = \mathrm{S}' \cos\alpha$.

6 Effectuer le bilan de quantité de mouvement pour un système fermé entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$. Le volume de contrôle défini dans l'énoncé sera le volume commun à ces deux instants pour le système considéré.

8 Faire émerger $\cos 2\alpha$ et $\sin 2\alpha$ et utiliser le fait que la somme de leurs carrés vaut 1.

Partie II

12 Il faut supposer que les échanges de chaleur se produisent uniquement lors de la combustion à pression constante dans la chambre de combustion et que les autres transformations sont adiabatiques et réversibles, donc isentropiques.

13 Utiliser la relation de Laplace $\mathrm{P}^{1-\gamma}\,\mathrm{T}^{\gamma} = \mathrm{C}^{\mathrm{te}}$ pour une transformation isentropique. Utiliser également la relation $\Delta(e_{\mathrm{c}} + h) = w' + q$ dans cette question et les suivantes.

14 Établir un lien entre le débit massique de carburant multiplié par q et la puissance thermique reçue par le gaz lors du passage de T_1 à T_2.

15 Utiliser à nouveau la relation de Laplace.

17 Qu'est devenue la puissance thermique perdue par le gaz à son passage dans la tuyère ? Pour déterminer la poussée, s'inspirer de la question 6.

Partie III

19 Intégrer $f_{\mathrm{s}}(t)$ pour obtenir $\theta(t)$. Est-il possible de représenter l'allure de $s(t)$?

21 Se souvenir que $\cos a \cos b = \dfrac{1}{2}\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)$.

22 Calculer les ordres de grandeurs des fréquences f_1 et f_2.

23 Déterminer rapidement les expressions des fonctions de transfert de chaque filtre, puis identifier leur rôle.

Un peu d'aviation, beaucoup de physique...

I. Les premiers avions, quelques connaissances de base

1 L'air est supposé incompressible ; on peut appliquer la loi de Bernoulli qui s'écrit, avec les notations usuelles :

$$\mu\,\frac{v^2}{2} + \mu\,g\,z + \mathrm{P} \text{ est une constante le long d'une ligne de courant.}$$

Considérons deux lignes de courant voisines, tangentes avant l'aile et se séparant, l'une au-dessus de l'aile, l'autre en dessous. En amont de l'aile, pression, vitesse et altitude sont les mêmes sur les deux lignes de courant, donc la constante est la même. En supposant l'épaisseur de l'aile négligeable, on peut donc dire que la grandeur $\mathrm{P} + \mu\,v^2/2$ est la même sur l'intrados et l'extrados. D'après l'énoncé, le débit de l'air étant plus grand au voisinage de l'extrados qu'au voisinage de l'intrados, la vitesse de l'air juste au-dessus de l'aile est donc plus grande que la vitesse de l'air juste en dessous. Par conséquent, la pression au niveau de l'intrados est supérieure à la pression au niveau de l'extrados. Ainsi, la force résultante est verticale ascendante.

$$\boxed{\text{La portance s'oppose à l'effet du poids.}}$$

2 D'après l'expression de la portance, l'égalité entre portance et poids s'écrit, pour une incidence nulle,

$$m\,g = \mathrm{C_P}(0)\,\frac{\mu\,\mathrm{V}^2}{2}\,\mathrm{S}$$

ce qui donne

$$\boxed{\mathrm{C_P}(0) = \frac{2\,m\,g}{\mathrm{S}\,\mu\,\mathrm{V}^2} = 0{,}847}$$

3 Les deux tiers de la puissance développée par le moteur servent à compenser la puissance dissipée par la traînée due aux ailes, ce qui s'écrit

$$\mathrm{F_t}\,\mathrm{V} = \frac{2}{3}\,\mathcal{P}$$

ou encore

$$\mathrm{C_T}(0)\,\frac{\mu\,\mathrm{V}^2}{2}\,\mathrm{S}\,\mathrm{V} = \frac{2}{3}\,\mathcal{P}$$

d'où l'on déduit

$$\boxed{\mathrm{C_T}(0) = \frac{4\,\mathcal{P}}{3\,\mathrm{V}^3\,\mu\,\mathrm{S}} = 0{,}104}$$

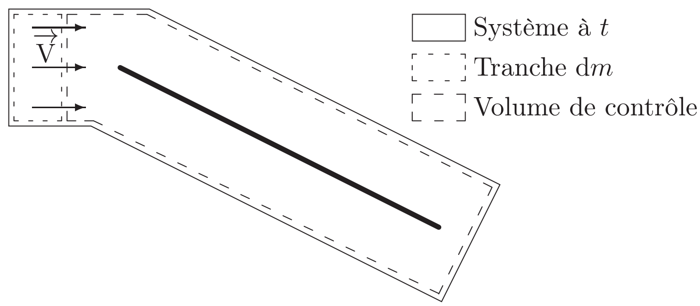
4 Le débit volumique de l'air dévié est $\mathrm{S}\,\mathrm{V}$, donc le débit massique de fluide dévié par l'aile est

$$\boxed{\mathrm{D_m} = \mu\,\mathrm{S}\,\mathrm{V}}$$

5 L'expression du débit massique sortant du volume de contrôle est $\mu\,\mathrm{S}'\,\mathrm{V}'$. La conservation du débit massique entre l'entrée et la sortie de ce volume de contrôle impose $\mathrm{D_m} = \mu\,\mathrm{S}'\,\mathrm{V}'$, qui se traduit par $\mathrm{S}\,\mathrm{V} = \mathrm{S}'\,\mathrm{V}'$. En outre, $\mathrm{S} = h\,\mathrm{L}$ et $\mathrm{S}' = h'\,\mathrm{L}$ d'une part, et d'autre part $h = h'\cos\alpha$. On en déduit que $\mathrm{S} = \mathrm{S}'\cos\alpha$ et il vient

$$\boxed{\mathrm{V}' = \mathrm{V}\,\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{S}'} = \mathrm{V}\cos\alpha}$$

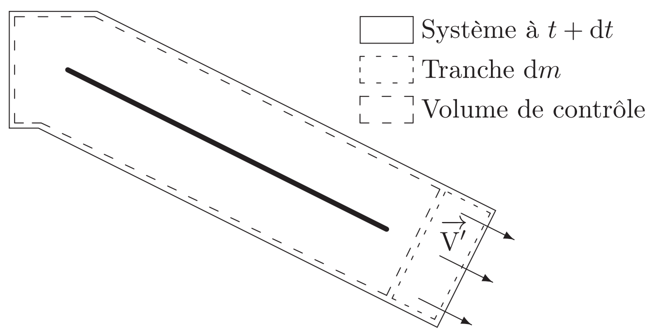
6 Considérons un système fermé de fluide, constitué par le fluide contenu à l'instant t dans le volume de contrôle, ainsi que d'une tranche de fluide située à l'entrée du volume de contrôle, de sorte que le fluide contenu dans cette tranche soit entré dans le volume de contrôle à l'instant $t + \mathrm{d}t$.



La masse de cette tranche de fluide est $\mathrm{d}m = \mathrm{D_m}\,\mathrm{d}t$ et sa quantité de mouvement est $\mathrm{d}m\,\overrightarrow{\mathrm{V}} = \mathrm{D_m}\,\mathrm{d}t\,\overrightarrow{\mathrm{V}}$. La quantité de mouvement du fluide contenu dans le volume de contrôle est notée $\overrightarrow{p}^*(t)$. La quantité de mouvement du système fermé ainsi constitué est, à l'instant t,

$$\overrightarrow{p}(t) = \overrightarrow{p}^*(t) + \mathrm{D_m}\,\mathrm{d}t\,\overrightarrow{\mathrm{V}}$$

À l'instant $t + \mathrm{d}t$, la tranche de fluide de masse $\mathrm{d}m$ est entrée à l'intérieur du volume de contrôle. Une autre tranche de fluide est en revanche sortie de ce volume : sa masse est également $\mathrm{D_m}\,\mathrm{d}t$ d'après la conservation du débit massique ; sa quantité de mouvement est par conséquent $\mathrm{D_m}\,\mathrm{d}t\,\overrightarrow{\mathrm{V}'}$.



La quantité de mouvement du système fermé à l'instant $t + \mathrm{d}t$ est

$$\overrightarrow{p}(t + \mathrm{d}t) = \overrightarrow{p}^*(t + \mathrm{d}t) + \mathrm{D_m}\,\mathrm{d}t\,\overrightarrow{\mathrm{V}'}$$

Comme l'écoulement est stationnaire, $\overrightarrow{p}^*(t) = \overrightarrow{p}^*(t + \mathrm{d}t)$. Ainsi, la variation de la quantité de mouvement du système fermé considéré est

$$\mathrm{d}\overrightarrow{p} = \overrightarrow{p}(t + \mathrm{d}t) - \overrightarrow{p}(t) = \mathrm{D_m}\,\mathrm{d}t\,(\overrightarrow{\mathrm{V}'} - \overrightarrow{\mathrm{V}})$$

La seule force qu'il subit est la force exercée par l'aile sur l'écoulement, $\overrightarrow{\mathrm{F}}_{\mathrm{a/e}}$. Le principe fondamental de la dynamique s'écrit ainsi

$$\overrightarrow{\mathrm{F}}_{\mathrm{a/e}} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t}$$

L'expression de la force exercée par l'aile sur l'écoulement est par conséquent

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{F}}_{\mathrm{a/e}} = \mathrm{D_m}\,(\overrightarrow{\mathrm{V}'} - \overrightarrow{\mathrm{V}})}$$