CCP Physique 1 PC 2011 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Wahb Ettoumi (ENS Cachan) ; il a été relu par Roman Yurchak (ENS Cachan) et Vincent Freulon (ENS Ulm).

Le sujet se compose de deux problème indépendants.

- Le premier traite de l'écrantage dans une solution électrolytique. On y aborde des notions d'électrostatique et de thermodynamique. En restant assez proche du cours, l'énoncé débouche sur une expression approchée de la longueur de Debye-Hückel dans un électrolyte faiblement concentré.
- Le second problème, plus court, s'intéresse à une expérience de mécanique qui met en évidence la polarisation de la lumière. À partir des connaissances d'électromagnétisme de deuxième année, on établit l'expression du couple volumique de forces engendré par une onde polarisée circulairement, ainsi que l'ordre de grandeur de l'effet mécanique qu'il est possible d'obtenir par cette méthode.

Le sujet est assez court et ne présente pas de difficulté particulière. Cependant, peu de résultats intermédiaires sont donnés, ce qui impose une grande vigilance pour ne pas commettre d'erreurs de calcul qui pourraient se révéler dévastatrices.

Indications

Partie I

I.2.1 Utiliser le fait que le champ est nul pour $x < 0$ en choisissant la même surface de Gauss qu'à la question I.1.2.

I.2.5 La condition d'écrantage permet d'éliminer ρ au profit de L.

I.4.3 Utiliser la question I.3.3.

I.4.4 Calculer la dérivée de ΔS et étudier son signe.

I.4.5 Que représente F dans le cas d'une évolution isotherme sans échange de travail ?

I.5.1 Utiliser la relation d'écrantage de la question I.2.2.

I.5.4 Les cations et les anions entre 0 et L correspondent au compartiment de gauche dans le modèle thermodynamique. Ainsi, pour les cations, $c_1 - c_0 = -\delta c$, alors que pour les anions, $c_1 - c_0 = \delta c$.

Partie II

II.1.4 Penser aux propriétés des lames dichroïques vues en cours.

II.2.2 Attention au cas $\varepsilon' - 1 < 0$, ψ doit rester compris entre 0 et 2π.

II.2.4 Faire le produit vectoriel en utilisant les expressions réelles de $\overrightarrow{\mathrm{P}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{E}}$, puis linéariser en utilisant le formulaire donné par l'énoncé.

II.3.2 Évaluer le nombre de photons cédant leur moment cinétique pendant une durée appropriée, en remarquant que la bille est de même dimension que la longueur d'onde utilisée.

I. Un modèle d'écrantage

I.1 Champ électrique créé par la surface chargée d'un conducteur métallique

I.1.1 Soit M un point en dehors du conducteur. Tout plan passant par M et orthogonal à $(y\mathrm{O}z)$ est plan de symétrie pour la distribution de charges. Or le champ électrique est un vecteur polaire, donc le champ $\overrightarrow{\mathrm{E}_0}$ est dirigé selon l'intersection de tous ces plans, c'est-à-dire

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{E}}\,(\mathrm{M}) = \mathrm{E}_0\,\overrightarrow{e_x}}$$

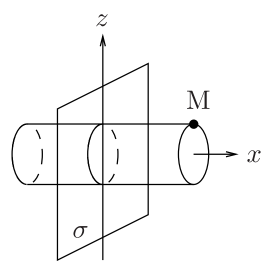
> $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ est uniforme car quel que soit le point M considéré, la distribution de charges vue depuis M ne dépend pas de sa position. La plaque étant infinie, elle est invariante d'échelle.

De plus, pour une surface fermée $\mathcal{S}$ contenant une charge $\mathrm{Q}_{\mathrm{int}}$, le théorème de Gauss s'écrit

$$\oiint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\mathrm{E}} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}} = \frac{\mathrm{Q}_{\mathrm{int}}}{\varepsilon_0}$$

Considérons le cylindre de rayon r ci-contre comme surface de Gauss. Le champ électrique étant dirigé selon $\overrightarrow{e_x}$, son flux à travers la surface latérale est nul. Par ailleurs, $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ est nul dans le conducteur, ce qui laisse uniquement

$$\pi r^2 \mathrm{E}_0 = \frac{\sigma \pi r^2}{\varepsilon_0}$$



c'est-à-dire

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{E}_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\overrightarrow{e_x}}$$

I.1.2 De façon générale, en régime statique,

$$\overrightarrow{\mathrm{E}} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\ \mathrm{V}$$

Projetons sur $\overrightarrow{e_y}$ et $\overrightarrow{e_z}$:

$$\frac{\partial \mathrm{V}_0}{\partial y} = \frac{\partial \mathrm{V}_0}{\partial z} = 0$$

Ainsi, V_0 ne dépend que de x. Projetons ensuite sur $\overrightarrow{e_x}$,

$$\mathrm{E}_0(x) = -\frac{\mathrm{d}\mathrm{V}_0}{\mathrm{d}x}$$

d'où

$$\boxed{\mathrm{V}_0(x) = -\frac{\sigma x}{\varepsilon_0} + \mathrm{C}} \qquad (\text{avec } \mathrm{C} = \mathrm{C}^{\mathrm{te}})$$

> Le champ électrique est uniforme dans tout le demi-espace vide, pourtant V dépend de x (mais pas de y ou z). Cette dépendance est une conséquence de la direction du champ électrique : lors du mouvement d'une particule chargée, la force électrostatique ne travaille que dans la direction $(\mathrm{O}x)$, ce qui requiert une dépendance du potentiel V avec x.

I.2 Écrantage par une densité volumique de charge uniforme

I.2.1 Les symétries du problème n'ont pas changé, et donc

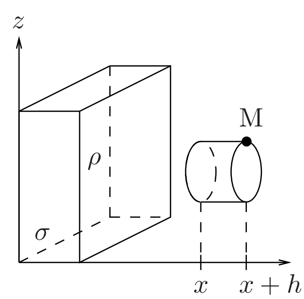
$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{tot}} = \mathrm{E}_{\mathrm{tot}}\overrightarrow{e_x}}$$

Pour tout $x \in [0;\mathrm{L}]$, l'application du théorème de Gauss à la même surface que précédemment conduit à

$$\pi r^2 \mathrm{E}_{\mathrm{tot}}(x) = \frac{\pi r^2 \rho}{\varepsilon_0} x + \frac{\pi r^2 \sigma}{\varepsilon_0}$$

donc $$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{tot}}(x) = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho x + \sigma)\overrightarrow{e_x} \qquad \text{pour} \qquad x \in [0;\mathrm{L}]}$$

Lorsque $x > \mathrm{L}$, définissons comme surface de Gauss le cylindre de rayon r compris entre les abscisses x et $x + h$.



L'application du théorème de Gauss sur une telle surface permet d'écrire que

$$-\pi r^2 \mathrm{E}_{\mathrm{tot}}(x) + \pi r^2 \mathrm{E}_{\mathrm{tot}}(x+h) = 0 \qquad \text{pour tout } x > \mathrm{L}$$

donc $$\overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{tot}}(x) = \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{tot}}(x+h)$$

ainsi, $$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{tot}} \text{ est uniforme pour } x > \mathrm{L}.}$$

I.2.2 Par continuité en $x = \mathrm{L}$, on a

$$\overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{tot}}(x) = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho\mathrm{L} + \sigma)\overrightarrow{e_x} \qquad \text{pour} \qquad x > \mathrm{L}$$

La condition d'écrantage s'écrit alors

$$\boxed{\rho\mathrm{L} + \sigma = 0}$$

> L'écrantage tel qu'il est entendu ici n'est donc possible que dans le cas d'une surface infinie. En effet, lorsque l'extension spatiale de la plaque est finie, ce résultat n'est plus valable près des bords, ces derniers brisant les symétries du problème. Le calcul est donc valide dans le domaine de l'espace où on peut négliger les effets de bords, c'est-à-dire suffisamment près de la surface.