CCP Physique 2 PC 2008 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Gabriel Bousquet (ENS Ulm) ; il a été relu par Sébastien Dusuel (Professeur en CPGE) et Jean-Julien Fleck (Professeur en CPGE).

Ce sujet, relativement long, comporte deux problèmes séparés.

- Le premier débute de manière classique. Il revisite, dans les parties 1 et 2, les principales applications du cours d'électromagnétisme rencontrées en deuxième année de prépa : modèle de Drude, propagation d'ondes dans les milieux diélectriques, dispersion. On n'y rencontre que peu de difficultés, d'autant que les questions sont très souvent indépendantes. La troisième partie constitue un tournant. On est amené à transformer la loi de Biot et Savart dans le but de retrouver le rayonnement électromagnétique du dipôle oscillant. Les questions se corsent tandis que le sujet gagne en originalité.
- Le second problème est inattendu. Reposant dans sa quasi-totalité sur des notions d'électronique et d'optique rencontrées en première année, il traite à travers une série d'exercices indépendants un certain nombre de « contrariétés expérimentales ». On s'attendrait plutôt à rencontrer ces problématiques lors des oraux ou des épreuves de travaux pratiques. Mais une fois l'effet de surprise passé, l'ensemble se révèle peu calculatoire, intéressant, enrichissant et fort agréable à traiter.

Finalement, ce sujet présente peu de difficultés majeures. En outre, les problèmes et même leurs parties demeurent largement indépendants les unes des autres. Nul doute alors que la sélection se faisait moins sur la capacité des candidats à répondre aux questions que sur leur maîtrise du cours ainsi que leur aptitude à traiter les questions vite et bien.

Indications

Premier problème

2.2.b La formule du laplacien appliqué à un champ de vecteurs $\overrightarrow{u}$ est

$$\Delta \overrightarrow{u} = \overrightarrow{\text{grad}}\,(\text{div}\,\overrightarrow{u}) - \overrightarrow{\text{rot}}\,(\overrightarrow{\text{rot}}\,\overrightarrow{u})$$

2.3.a On a montré à la question 2.1 que

$$\overrightarrow{\jmath} = \frac{n^* e^2}{m(\Omega^2 - \omega^2)} \frac{\partial \overrightarrow{\mathrm{E}}}{\partial t}$$

2.3.b On sait grâce à la question 2.3.a. que

$$\sqrt{\varepsilon_r} = n = \sqrt{1 + \frac{{\omega_{\mathrm{p}}}^2}{\Omega^2 - \omega^2}}$$

Pour trouver α, procéder par étapes. On trouve facilement $\mathrm{F}'_0\mathrm{F}'$ grâce à la formule de la distance focale. Tracer le rayon passant par O est une initiative très profitable. Exprimer alors $\tan\alpha$ en fonction de $\tan\theta \simeq \theta$. Le résultat de cette question n'est pas réutilisé.

3.2 Projeter $\overrightarrow{v}$ sur la base $(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_\varphi})$ pour faire le calcul du produit vectoriel.

3.3 $\Psi(r)$ est proportionnel à $1/r^2$.

4.1 La formule du laplacien vectoriel donnée à la question 3.3 est toujours valable.

4.2 L'expression $\Psi = \mu_0\, qv/(4\pi r^2)$ trouvée à la question 3.2 est valide si $\omega = 0$. Pour revenir à une expression vectorielle, relire la réponse à la question 3.2.

4.3 La deuxième partie de cette question nécessite le calcul d'un rotationnel en coordonnées sphériques (une formule est donnée sur la page suivante du sujet). Pour le mener à bien, repérer les invariances et les termes nuls avant de commencer. Toutefois, le résultat de cette question n'est pas réutilisé.

5.1 La fonction $g(r,\theta)$ étant proportionnelle à $\widehat{\mathrm{V}}$, elle dépend implicitement de z.

5.2.b Dans le formalisme complexe, la valeur moyenne d'une grandeur quadratique s'exprime grâce à la formule $\langle ab\rangle = 1/2\ \mathrm{Re}\ (\underline{a}\cdot\underline{b}^*)$ (où * représente le complexe conjugué).

5.3 L'éclairement s'exprime à l'aide du vecteur de Poynting moyen.

Second problème

2 L'oscilloscope est relié à la terre.

3.1 Lorsque le condensateur n'est pas chargé, il est assimilable à un fil.

4.1 Pour avoir un fonctionnement linéaire, la boucle de rétroaction doit-elle être branchée sur l'entrée inverseuse ou non inverseuse ?

4.2 Le terme exponentiel de la solution sera-t-il amorti ou explosif ?

5.2 L'intensité dans une branche de circuit qui contient une inductance est une fonction continue du temps.

5.3 Et si la diode créait un circuit de déchargement ?

6 Qu'est-ce que la « règle des 4 f » ?

7 Adapter l'expérience des franges d'égale inclinaison du Michelson.
Les deux sources sont-elles cohérentes ?

Les conseils du jury

Le rapport du jury est l'occasion de dresser un bilan de l'épreuve et de rappeler quelques recommandations générales pour guider le travail des futurs candidats en pointant des erreurs récurrentes.

« Cette épreuve, composée pour 2/3 de questions sur le programme de « spé » et pour 1/3 sur le programme de « sup », a été plutôt bien traitée par les candidats : il y a moins de très mauvaises copies que par le passé et surtout un nombre plus élevé de copies substantielles, agréables à lire, incluant parfois d'excellents commentaires. »

« L'épreuve a, semble-t-il, permis aux candidats de donner leur pleine mesure. Des étudiants qui, dans une épreuve moins guidée et comportant moins de questions indépendantes, auraient rendu copie blanche ont pu montrer qu'ils avaient acquis des connaissances au cours de leurs classes préparatoires et ont pu être classés efficacement. Quant aux candidats les plus brillants, ils ont montré leur qualité en répondant aux questions délicates et surtout en traitant une grande partie de l'épreuve, laquelle a probablement été perçue comme trop longue dans la majorité des autres cas. »

« On note globalement un effort particulier pour la présentation et la clarté de la rédaction bien qu'encore trop de présentations restent difficiles à décrypter, regrettablement brouillonnées et parfois à la limite du lisible. Parallèlement, force est de constater une détérioration inquiétante de l'orthographe et de la grammaire ! »

« Toutes les questions ont été abordées bien que de manières très inégales. Le premier problème, proche du cours, a été en général bien réussi, ce qui n'a pas été le cas du second, plus en rapport avec l'expérimentation. À ce propos, il semble utile de rappeler que la filière PC est – d'abord – une filière expérimentale et que les questions posées ne faisaient appel qu'à des connaissances de base que tout étudiant de cette filière devrait maîtriser. »

Le rapport relève ensuite quelques erreurs qu'il serait bon que les futurs candidats ne commettent plus :

- « des erreurs dans les questions de cours ; attention aux signes ! »
- des inhomogénéités, égalités entre vecteurs et scalaires, erreurs de manipulations des opérateurs vectoriels, etc ;
- « des intégrales sans terme infinitésimal » ;
- « des applications numériques absentes ou bâclées, données trop souvent sans indication d'unité ou dont l'ordre de grandeur est aberrant (une constante de temps $\tau = 1,4.10^{357}$ s, une densité négative, ...) » ;
- « des absences de schémas, inadmissibles en optique ou en électrocinétique » ;
- « des résultats définitifs non simplifiés ».

I. Mouvements de charges électriques en milieux neutres

1. Cas d'un milieu conducteur (électrons libres)

1.1 Comme la charge de l'électron est $-e$, la force électrique qu'il subit

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{F_e}} = -e\,\overrightarrow{\mathrm{E}}}$$

Le sens de la force qui s'applique sur l'électron est **opposé** à celui de $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ car sa charge est négative.

1.2 Appliquons le principe fondamental de la dynamique à l'électron de masse m soumis à la force électrique ainsi qu'à la force de freinage mentionnée par l'énoncé

$$\boxed{m\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = -e\,\overrightarrow{\mathrm{E}} - \frac{m}{\tau}\overrightarrow{v}} \qquad (\mathbf{E})$$

Réécrivons l'équation dimensionnellement

$$[\mathrm{F}] = \mathrm{M.L.T}^{-2} = \left[\frac{m}{\tau}v\right] = \frac{\mathrm{M.L.T}^{-1}}{[\tau]}$$

ce qui prouve que $[\tau]$ est un **temps**, il s'exprime donc en secondes dans les unités du système international.

> C'est la méthode la plus générale, mais souvent la plus longue. Il est aussi possible d'observer ($\mathbf{E}$) et de remarquer que la force de freinage ressemble beaucoup au membre de gauche de l'équation. On voit immédiatement que $[\tau] = [\mathrm{d}t] = \mathrm{T}$. Moralité : le choix d'une équation appropriée permet de réduire sensiblement les calculs dans une question d'analyse dimensionnelle.
>
> Dans une équation dimensionnelle, l'emploi des crochets signifie « dimension de ». Les dimensions sont, quant à elles, écrites en majuscules. Ainsi, « la dimension de τ est un temps » s'écrit
>
> $$[\tau] = \mathrm{T}$$
>
> On utilise les lettres majuscules L (longueur), M (masse), T (temps), etc. qui correspondent à des *dimensions* et non à des unités, qui ne représentent qu'*une* façon de mesurer ces grandeurs.

Projetons l'équation sur l'axe Ox, en prenant le produit scalaire de l'équation précédente avec le vecteur unitaire *fixe* $\overrightarrow{e_x}$. On obtient

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{v}{\tau} = -\frac{e\mathrm{E}}{m}$$

Résolvons cette équation différentielle. Une solution particulière en est la solution stationnaire

$$\boxed{v_\infty = -\frac{e\tau}{m}\mathrm{E}}$$

Les solutions de l'équation homogène associée s'écrivent

$$v = \mathrm{A}e^{-t/\tau}$$

La solution générale est donc $\qquad v = \mathrm{A}e^{-t/\tau} + v_\infty$