

## E3A Physique et Chimie PSI 2006 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Pierre-Marie Billangeon (ESPCI) et Cyril Jean (ENS Ulm) ; il a été relu par Jean-Julien Fleck (Professeur en CPGE), Éric Vernier (ENS Ulm), Emmanuel Bourgeois (Professeur en CPGE) et Mickaël Profeta (Professeur en CPGE).

---

Cette épreuve est composée de deux problèmes indépendants.

Celui de physique étudie l'asservissement en température d'un capteur CCD par un dispositif du type cellule à effet Peltier.

- Dans une première partie, on rappelle quelques principes élémentaires de la conduction électrique et thermique, puis on décrit un effet thermoélectrique bien connu, l'effet Peltier.
- La deuxième partie décrit comment ce principe peut être utilisé pour refroidir un système physique. Ces questions demandent beaucoup de soin, car une erreur de signe dans un bilan de transfert d'énergie peut avoir des répercussions jusqu'à la fin du problème.
- Enfin, dans une troisième partie, on étudie un circuit d'asservissement qui permet de contrôler la température du dispositif à refroidir : on décrit une chaîne de contre-réaction, et on regarde précisément le rôle des différentes constantes de temps.

Il est nécessaire d'être extrêmement soigneux pour traiter ce type de problème : pour chaque grandeur thermodynamique calculée, il faut prendre le temps de comprendre quel est le sens du transfert d'énergie considéré, et penser à des lois de conservation entre différentes parties du système étudié afin de vérifier la cohérence des résultats.

Le problème de chimie s'intéresse aux alliages de germanium et de silicium ainsi qu'à leur dépôt sur un substrat de silicium. Le matériau obtenu est utilisé dans la réalisation de la cellule Peltier étudiée dans le problème de physique.

- On étudie d'abord le germanium et les alliages SiGe par la cristallographie. On vérifie notamment que les deux éléments ont des structures cristallographiques voisines, permettant la formation d'un alliage et une bonne adhésion à la surface.
- Dans la suite, on s'intéresse au dépôt de ces métaux sur un substrat de silicium du point de vue thermodynamique et cinétique. On cherche quelles sont les conditions à adopter pour contrôler la proportion de chaque élément lors de la croissance de l'alliage à la surface du substrat.

## INDICATIONS

### Première partie

- A.2.b Penser à utiliser le fait que la paroi latérale est parfaitement calorifugée.
- A.2.d Bien réfléchir au sens du transfert de chaleur selon que l'on considère la face froide ou la face chaude.
- A.3 Le pouvoir thermoélectrique  $\varepsilon_{AB}$  du couple de conducteurs A/B est *positif*.
- B.3.a Noter que  $P_f$  est la puissance *prélevée* par le module à la face froide.
- B.3.d Écrire l'expression de  $T_{opt}$  en injectant l'expression de  $I_{opt}$  dans celle de  $T_{Fmin}$  établie à la question B.3.c, puis exprimer  $G_{th} T_C$  en utilisant l'équation du second degré vérifiée par  $I_{opt}$ .
- B.4.a Comment doit se situer l'effet Peltier par rapport à l'effet Joule et au transfert thermique conductif pour que la cellule fonctionne efficacement ?
- C.1 Utiliser le premier principe de la thermodynamique.
- C.2 Mettre le résultat sous la forme

$$T_F(t) = (T_a - T_\infty) e^{-t/\tau} + T_\infty$$

- C.6.a Penser à la loi associée à un diviseur de tension.
- C.6.b Utiliser le fait que les amplificateurs opérationnels (AO) sont supposés idéaux, et fonctionnent en régime linéaire. Justifier l'importance de la fonction suiveur des AO 1 et 2, ainsi que du rôle de convertisseur tension-courant de l'AO 5.
- C.6.d L'énoncé comporte une erreur : en fait  $R_0 = 2 \text{ k}\Omega$ .
- C.6.e Utiliser les résultats des questions C.6.a et C.6.b.

### Seconde partie

- A.1.a La place d'un élément dans la classification périodique dépend du remplissage de sa sous-couche externe.
- A.1.b Pour matérialiser les bonnes liaisons Ge–Ge, garder à l'esprit la valence du germanium.
- A.2.b Traduire mathématiquement l'énoncé. Attention cependant pour l'application numérique à ne pas confondre distance interatomique et paramètre de maille.
- B.1.a Attention aux unités de  $\Delta_r H_1^\circ$  et  $\Delta_r S_1^\circ$ .
- B.2.b Linéariser l'expression de la vitesse puis effectuer une régression linéaire.
- B.3.b Si les facteurs pré-exponentiels sont du même ordre de grandeur, la relation sur les  $E_a$  permet d'avoir une idée de la relation sur les vitesses.
- B.4.c Écrire les lois expérimentales appropriées et en déduire les variations de paramètres intensifs qui déplacent l'équilibre dans le sens direct.
- B.5.c Bien faire le décompte du nombre d'inconnues et d'équations. Autant d'inconnues que d'équations sont nécessaires pour résoudre le système.



Le rapport du jury mentionne que « la résolution du sujet ne nécessitait qu'un minimum de technicité calculatoire », et que cette épreuve « privilégiait la réflexion, le sens physique et l'analyse des phénomènes ». Les correcteurs insistent aussi sur l'importance de rédiger « de façon simple et compréhensible ». Il semble que la stratégie consistant à « survoler le sujet dans le seul objectif de compiler un maximum de points » irrite quelque peu le jury. Rappelons qu'une copie est appréciée dans son ensemble : une rédaction claire, une présentation soignée et une attitude honnête du candidat face à une question qu'il ne sait pas résoudre sont très appréciées par les jurys si l'on se réfère aux rapports des dernières années.

## CELLULE À EFFET PELTIER

### A. L'effet Peltier

**A.1** La loi d'Ohm sous sa forme locale relie la densité volumique de courant électrique  $\vec{J}_{\text{él}}$  au champ électrique  $\vec{E}$  selon

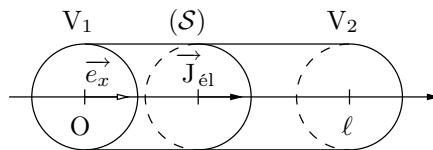
$$\vec{J}_{\text{él}} = \sigma \vec{E}$$

où  $\sigma$  est la conductivité électrique du conducteur considéré. La loi d'Ohm relie quant à elle la différence de potentiel  $V$  aux bornes du conducteur de résistance  $R_C$  au courant  $I$  qui parcourt ce dernier

$$V = (V_1 - V_2) = R_C I$$

Or en s'appuyant sur la loi d'Ohm locale et la conductivité électrique  $\sigma$  étant uniforme dans le conducteur, le courant électrique à travers une section ( $S$ ) du conducteur s'écrit

$$I = \iint_{(S)} \vec{J}_{\text{él}} \cdot d\vec{S} = \sigma \iint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



Le conducteur  $\mathcal{C}$  étudié étant cylindrique et homogène, tout plan contenant l'axe ( $Ox$ ) est plan de symétrie de la distribution de charges. Comme le champ électrique  $\vec{E}$  est un vrai vecteur, on en déduit qu'en tout point du conducteur, il est orienté parallèlement à l'axe ( $Ox$ ).

$$\vec{E} = E \vec{e}_x$$

En régime stationnaire, le champ électrique  $\vec{E}$  étant l'opposé du gradient du potentiel électrique  $V$ , on trouve

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V = -\frac{(V_2 - V_1)}{\ell} \vec{e}_x$$

Par conséquent, l'expression du courant électrique  $I$  est

$$I = \frac{\sigma (V_1 - V_2) S}{\ell}$$

La résistance électrique  $R_C$  du cylindre est donc reliée à sa conductivité selon

$$R_C = \frac{\ell}{\sigma S}$$

**A.2.a** La loi de Fourier relie la densité volumique de flux thermique  $\vec{J}_{\text{th}}$  au gradient du champ de température. Si  $\lambda$  désigne la conductivité thermique du conducteur,

$$\vec{J}_{\text{th}} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

On peut dresser une analogie entre la conduction électrique et la conduction thermique : le gradient de température est l'analogie du gradient de potentiel électrique, et le courant celui du flux thermique  $\Phi_{\text{th}}$  :

$$-\frac{(T_F - T_C)}{\ell} \leftrightarrow -\frac{(V_2 - V_1)}{\ell}$$

$$\Phi_{\text{th}} = \iint_{(S)} \vec{J}_{\text{th}} \cdot d\vec{S} \leftrightarrow I = \iint_{(S)} \vec{J}_{\text{el}} \cdot d\vec{S}$$

Par analogie avec la résistance électrique calculée à la question A.1, la conductance thermique s'écrit

$$G_{\text{th}} = \frac{\lambda S}{\ell}$$

**A.2.b** On considère un élément de volume du cylindre compris entre  $x$  et  $(x + dx)$ . D'après le premier principe de la thermodynamique, la variation infinitésimale de son énergie interne  $du$  est la somme des énergies dissipée par effet Joule  $\delta q_{\text{Joule}}$  et échangée avec l'extérieur du cylindre  $\delta q_{\text{diff}}$  par diffusion thermique :

$$du = \delta q_{\text{Joule}} + \delta q_{\text{diff}}$$

L'énergie dissipée dans cette section de longueur  $dx$  par effet Joule s'écrit

$$\delta q_{\text{Joule}} = (R_C I^2) \frac{dx}{\ell} dt$$

La surface latérale du conducteur étant parfaitement calorifugée, l'énergie thermique  $\delta q_{\text{diff}}$  échangée par diffusion thermique est la différence de flux thermique à travers les parois de la section considérée en  $x$  et  $(x + dx)$  :

$$\delta q_{\text{diff}} = \left( \iint_{(S)_x} \vec{J}_{\text{th}} \cdot d\vec{S} - \iint_{(S)_{x+dx}} \vec{J}_{\text{th}} \cdot d\vec{S} \right) dt$$

$$= -\lambda S \left[ \frac{dT}{dx}(x) - \frac{dT}{dx}(x + dx) \right] dt$$

$$\delta q_{\text{diff}} = \lambda S \frac{d^2T}{dx^2} dx dt$$

Comme l'on considère le régime permanent, la température en tout point du conducteur est indépendante du temps. Par conséquent, l'énergie interne de la section de conducteur considéré ne varie pas ( $du = 0$ ), soit

$$\frac{R_C I^2}{\ell} dx dt + \lambda S \frac{d^2T}{dx^2} dx dt = 0$$

Le champ de température  $T(x)$  dans le conducteur vérifie donc l'équation différentielle

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{R_C}{\lambda \ell S} I^2$$

**A.2.c** La double intégration par rapport à  $x$  de l'équation différentielle vérifiée par le champ de température  $T(x)$  conduit à

$$T(x) = -\frac{R_C}{2 \lambda \ell S} I^2 x^2 + C_1^{\text{te}} x + C_2^{\text{te}}$$