

## CCP Physique 1 PSI 2006 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Pierre-Marie Billangeon (ESPCI) ; il a été relu par Benoît Lobry (Professeur en CPGE) et Emmanuel Bourgeois (ENS Lyon).

---

Cette épreuve comporte deux parties complètement indépendantes : c'est un sujet assez facile. La plupart des questions requièrent des réponses courtes sans débordements calculatoires. On s'attache tout au long de l'épreuve à donner des ordres de grandeur qu'il faut commenter, ce qui nécessite dans certains cas de faire preuve d'esprit critique.

- Le premier problème traite d'un dispositif interférométrique, qui est appliqué à la mesure de dilatation de matériaux. On commence par exprimer les amplitudes des deux ondes parcourant un interféromètre Mach-Zehnder en fonction du déphasage induit par la dilatation du matériau étudié : ceci permet d'évaluer la sensibilité d'une telle mesure. Le problème se conclut sur une étude du système électronique utilisé pour lire le déphasage en sortie de l'interféromètre : on redémontre la condition pour avoir un montage soustracteur idéal, puis on explicite la manière de polariser les photodiodes chargées de mesurer l'intensité lumineuse des deux ondes à la sortie de l'interféromètre.
- Le second problème porte sur la propagation du son : on établit l'équation de d'Alembert dans un tube indéformable, puis on dérive les expressions du champ de déplacement et du champ de surpression dans différentes situations (réflexions totales ou non). Le problème se conclut sur des considérations plus générales : on discute les ordres de grandeur des variables mises en jeu en acoustique dans différentes limites. Cette seconde partie est une succession de questions de cours, ce qui en fait un bon exercice de révision pour tester ses connaissances en acoustique.

Un candidat bien préparé doit pouvoir répondre à toutes les questions dans le temps imparti : ce sujet est donc aussi l'occasion d'évaluer sa rapidité.

## INDICATIONS

## Partie A

A.2.3 Utiliser la relation donnée dans l'énoncé à la question A.1.2, reliant les amplitudes en entrée et en sortie d'un coupleur optique.

A.2.5 Faire l'hypothèse que  $\Delta\Phi \ll \Phi$ , et utiliser le développement limité

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right) = -\varepsilon$$

A.3.1 Appliquer le théorème de Millman à chaque entrée de l'amplificateur, et utiliser le fait que ce dernier est idéal.

## Partie B

B.1.1 L'énoncé fait un abus de langage qui peut s'assimiler à une petite coquille en parlant de densité là où on s'intéresse à la masse volumique.

B.1.4 Utiliser l'approximation acoustique pour simplifier l'expression de la dérivée particulière en négligeant le terme convectif.

B.2.1 La formule définissant le coefficient de compressibilité  $K$  est incorrecte alors que le texte est correct. Il faut lire

$$K = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \quad \text{d'où} \quad -\frac{\Delta V}{V} = -K \Delta P$$

B.2.2 Écrire  $\Delta V(x, t)$  en fonction du gradient du champ de déplacement  $u(x, t)$ .

B.3.1 Utiliser le résultat de la question B.2.2.

B.5.1 Faire l'hypothèse que les variations de pression dans le gaz sont isothermes pour dériver l'expression du coefficient de compressibilité  $K$ .

B.5.8 Écrire la différentielle logarithmique de l'équation de Laplace.

B.6.1 Écrire les conditions aux limites pour le champ de surpression  $\pi(x, t)$ .

B.7.3 Utiliser l'équation de d'Alembert établie à la question B.2.3.

B.7.6 Se rappeler qu'en notation complexe

$$\langle a(t) b(t) \rangle_t = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{a(t) b^*(t)\}$$

B.8.4 Prendre garde au fait que l'on compare une intensité prise à 100 Hz, avec une intensité de référence prise à 1 kHz.

## A. CAPTEUR DE DILATATION INTERFÉROMÉTRIQUE

### 1. Coupleur optique

**A.1.1** On peut citer le silicium, utilisé par l'industrie informatique pour la réalisation des transistors qui constituent la base des circuits intégrés.

Après le silicium, les semi-conducteurs les plus utilisés sont le germanium (semi-conducteur intrinsèque), et l'arséniure de gallium (extrinsèque).

**A.1.2** Selon la relation matricielle donnée, les amplitudes complexes  $\underline{b}_1$  et  $\underline{b}_2$  en sortie sont reliées aux amplitudes complexes  $\underline{a}_1$  et  $\underline{a}_2$  en entrée par

$$\begin{cases} \underline{b}_1 = t \underline{a}_1 + r \underline{a}_2 \\ \underline{b}_2 = r \underline{a}_1 + t \underline{a}_2 \end{cases}$$

Les coefficients de transmission  $t$  et de réflexion  $r$  vérifient  $r^2 + t^2 = 1$  ( $r, t \in [0; 1]$ ), donc  $r = \sqrt{1 - t^2}$ . On en déduit que

$$\begin{cases} \underline{b}_1 = t \underline{a}_1 + \sqrt{1 - t^2} \underline{a}_2 \\ \underline{b}_2 = \sqrt{1 - t^2} \underline{a}_1 + t \underline{a}_2 \end{cases}$$

**A.1.3** On pourrait remplacer ces coupleurs par des lames séparatrices.

### 2. Interféromètre de Mach-Zehnder et détection de dilatation

**A.2.1** La longueur d'onde de la radiation émise par la diode laser étant de  $1,2 \mu\text{m}$ , elle émet dans l'infrarouge.

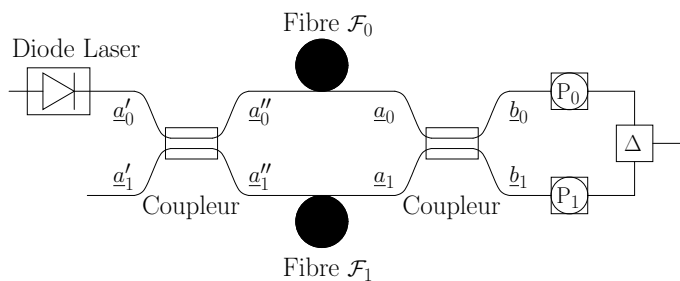
**A.2.2** Le coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  peut s'écrire de la façon suivante

$$\alpha = \frac{\delta L}{L_0 \Delta T} \quad \text{donc} \quad [\alpha] = \frac{L}{L T} = T^{-1}$$

L'unité de  $\alpha$  dans le système international est donc le  $\text{K}^{-1}$ . Pour une variation de température de  $0,1^\circ\text{C}$ , la variation de longueur de la fibre  $\delta L$  est de

$$\delta L = \alpha L_0 \Delta T = 1,0 \mu\text{m}$$

**A.2.3** On peut refaire rapidement un schéma récapitulant les caractéristiques du dispositif interférométrique étudié dans ce problème



Les amplitudes  $\underline{a}'_0$  et  $\underline{a}'_1$  des ondes en entrée du premier coupleur optique sont respectivement

$$\begin{cases} \underline{a}'_0 = A \\ \underline{a}'_1 = 0 \end{cases}$$

D'après la question A.1.2, les amplitudes complexes en sortie du premier coupleur sont

$$\begin{cases} \underline{a}''_0 = t \underline{a}'_0 + \sqrt{1-t^2} \underline{a}'_1 = t A \\ \underline{a}''_1 = \sqrt{1-t^2} \underline{a}'_0 + t \underline{a}'_1 = \sqrt{1-t^2} A \end{cases}$$

En tenant compte de l'atténuation dans les deux fibres, ainsi que du déphasage induit par la dilatation du matériau étudié, les amplitudes des deux ondes entrant dans le second coupleur valent

$$\begin{cases} \underline{a}_0 = (t A) \beta \\ \underline{a}_1 = (\sqrt{1-t^2} A) \beta \exp(j\Phi) \end{cases}$$

Le déphasage  $\Phi$  est relié à la différence de chemin optique  $\delta L$  associée à la dilatation du cylindre sur lequel est enroulée la fibre  $\mathcal{F}_1$

$$\Phi = 2\pi \frac{\delta L n_0}{\lambda}$$

d'où

$$\Phi = 2\pi \frac{\alpha L_0 \Delta T n_0}{\lambda}$$

**A.2.4** Les amplitudes des deux ondes en sortie du second coupleur valent

$$\begin{cases} \underline{b}_0 = t \underline{a}_0 + \sqrt{1-t^2} \underline{a}_1 \\ \underline{b}_1 = \sqrt{1-t^2} \underline{a}_0 + t \underline{a}_1 \end{cases}$$

En utilisant l'expression des amplitudes des ondes dans les deux fibres entrant dans le second coupleur établies à la question précédente, on montre que

$$\begin{cases} \underline{b}_0 = A \beta [t^2 + (1-t^2) \exp(j\Phi)] \\ \underline{b}_1 = A \beta [t \sqrt{1-t^2} (1 + \exp(j\Phi))] \end{cases}$$

En séparant parties réelles et imaginaires, il vient

$$\begin{cases} \underline{b}_0 = A \beta [(t^2 + (1-t^2) \cos \Phi) + j (1-t^2) \sin \Phi] \\ \underline{b}_1 = A \beta (t \sqrt{1-t^2}) [(1 + \cos \Phi) + j \sin \Phi] \end{cases}$$

On en déduit la valeur des intensités  $I_0$  et  $I_1$  en sortie du second coupleur

$$\begin{cases} I_0 = |\underline{b}_0|^2 = (A \beta)^2 [t^4 + 2 t^2 (1-t^2) \cos \Phi + (1-t^2)^2] \\ I_1 = |\underline{b}_1|^2 = 2 (A \beta)^2 [t^2 (1-t^2)] (1 + \cos \Phi) \end{cases}$$

**A.2.5** Si la température varie de  $0,001^\circ\text{C}$ , alors d'après la question A.2.3,  $\Phi$  varie de

$$\Delta \Phi = 7,85 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$$

On regarde des variations de température suffisamment faibles pour pouvoir supposer que le déphasage induit vérifie

$$\Delta \Phi \ll \Phi$$