CCP Physique 2 MP 2006 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Emmanuel Bourgeois (ENS Lyon) ; il a été relu par Jérôme Lambert (Enseignant-chercheur à l'université) et Stéphane Ravier (Professeur en CPGE).

Cette épreuve est constituée de deux parties indépendantes, quasiment d'égale longueur.

- L'objectif de la première est de comparer le pouvoir de résolution du spectrographe à prisme avec celui du spectrographe à réseau. Après avoir étudié la mesure de l'indice d'un prisme, on montre comment l'utilisation de cet objet, intégré à un dispositif de mesure que l'on caractérise, permet de séparer deux raies d'un doublet. On reprend ensuite la même étude dans le cas du réseau par transmission. Cette partie s'appuie sur les cours d'optique géométrique et ondulatoire ; les questions étant très directives, elle ne présente pas de difficulté majeure.
- Dans la seconde partie, on étudie successivement les dipôles électrostatique, magnétique, et électrique oscillant. Sa résolution demande une bonne maîtrise de l'analyse vectorielle. Si beaucoup de questions sont directement issues du cours, certaines sont assez calculatoires.

La principale difficulté de cette épreuve réside en fait dans sa longueur : pas moins de 90 questions ! Il n'est pas humainement possible de le traiter dans son intégralité en quatre heures. De nombreuses questions étant fondées sur le cours, ce problème peut donc être utilisé pour en vérifier la bonne assimilation.

Indications

Problème A

A.I.1.b La déviation totale est la somme des déviations en I et en I'. Choisir un seul sens d'orientation pour les différents angles.

A.I.2.a Peut-il y avoir réflexion totale sur le premier dioptre ? Exprimer la condition de réflexion totale qui a lieu sur le second dioptre en fonction des angles associés au premier dioptre.

A.I.3.c Prendre la différentielle logarithmique de l'expression obtenue à la question précédente.

A.I.4.a.1 Tracer le rayon incident frappant le prisme en son sommet, ainsi que les deux rayons réfléchis qui en résultent.

A.II.3.a Différentier l'expression obtenue à la question A.I.3.b en fonction de $\mathrm{D_m}$.

A.II.4.b La lentille est utilisée dans les conditions de Gauss.

A.II.5.a Calculer $\mathrm{A}/2$ et $(\mathrm{A}+\mathrm{D_m})/2$ en fonction de la taille du faisceau et des longueurs du prisme. Que vaut leur rapport ?

A.II.5.b.5 Utiliser les questions A.II.4 et A.II.5.a.

A.II.5.c.1 La position angulaire du premier minimum de l'intensité diffractée par le réseau se situe en $\sin\theta = \lambda/a$.

A.III.3.a Les ordres observables vérifient $-\pi/2 \leqslant \theta \leqslant \pi/2$.

A.IV.1.a La déviation s'écrit $\mathrm{D} = \theta - i$. Au minimum de déviation, $\dfrac{\mathrm{dD}}{\mathrm{d}i} = 0$.

Problème B

B.I.c.3 Le barycentre G est associé aux deux électrons de la liaison. Calculer le moment dipolaire en l'un des points F, H, ou G.

B.I.3.a Effectuer les calculs en utilisant les coordonnées sphériques avant d'en déduire un résultat vectoriel.

B.I.3.e À un champ $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ aligné suivant Oy correspond $\theta_1 + \beta_1 = \pi/2$.

B.II.1.c L'angle solide élémentaire duquel on voit la spire s'écrit

$$\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{M_a}} = \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$$

B.II.2.a Procéder comme à la question B.I.2.b. Projeter ensuite les différents vecteurs sur la base des coordonnées cartésiennes, avant de revenir à une notation vectorielle.

B.II.3.b Que valent la divergence et le rotationnel d'un vecteur constant ?

B.II.3.c Utiliser la question B.II.3.b et le formulaire.

B.II.4.a Le dipôle, qui peut être vu comme une petite spire de courant, subit la force de Laplace.

B.III.2.a Dans l'approximation dipolaire, l'expression du potentiel vecteur se simplifie, la distance et la phase variant peu. L'énoncé omet de préciser qu'il faut faire l'approximation $a \ll \lambda$.

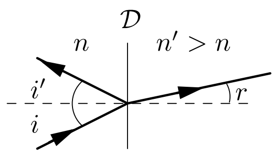
B.III.3.b Utiliser l'équation de Maxwell-Faraday et le potentiel vecteur.

A. Optique

I. Le prisme

A.I.1.a Appliquons la seconde loi de Descartes pour la réfraction à l'entrée en I et à la sortie en I' du prisme, en utilisant les notations de la figure 1 de l'énoncé :

$$\boxed{\sin i = n \sin r \qquad \text{et} \qquad n \sin r' = \sin i'}$$



Rappelons l'énoncé des lois de Descartes pour la réflexion et la réfraction d'un rayon lumineux au passage du dioptre $\mathcal{D}$.

Réflexion :

- Première loi : le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence, défini par le rayon incident et la normale locale au dioptre.
- Seconde loi : $i = i'$.

Réfraction :

- Première loi : le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.
- Seconde loi : $n \ \sin i = n' \ \sin r'$.

On peut dès lors limiter les tracés des rayons au plan d'incidence.

A.I.1.b On choisit comme orientation positive le sens horaire.

En choisissant ce sens d'orientation, les angles i et r ne correspondent pas à ceux de la figure 1 de l'énoncé. Cependant, la loi de Descartes exprimée à la question précédente n'est pas modifiée, et il est plus sage de ne prendre qu'une orientation pour évaluer des angles ! Dans toute la suite du problème on précisera la convention d'orientation choisie sur les figures.

Dans le triangle OII',

$$\mathrm{A} + \alpha + \alpha' = \pi$$

Or, $\alpha + r = \dfrac{\pi}{2}$ et $\alpha' + r' = \dfrac{\pi}{2}$

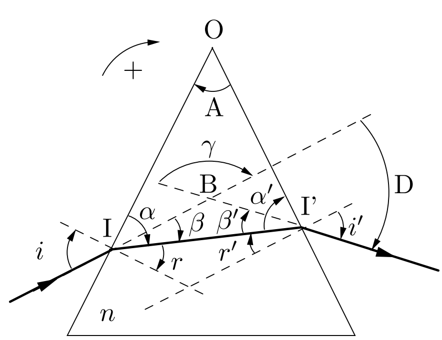
On en conclut

$$\boxed{\mathrm{A} = r + r'}$$

La déviation D s'écrit

$$\mathrm{D} = \beta + \beta'$$

avec $\begin{cases} \beta = i - r \\ \beta' = i' - r' \end{cases}$



On en déduit, en utilisant la relation $\mathrm{A} = r + r'$

$$\boxed{\mathrm{D} = i + i' - \mathrm{A}}$$

A.I.2.a Le passage du premier dioptre se fait d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent ($n \geqslant 1$). Dans ce cas, il n'y a jamais réflexion totale. C'est en revanche possible lors du passage du deuxième dioptre : dans ce cas la limite de réfraction est fixée par $i' = \pi/2$, c'est-à-dire pour $r'_{\text{lim}} = \Lambda$ tel que

$$\sin\Lambda = \frac{1}{n}$$

Les rayons qui pénètrent dans le prisme n'émergent que si

$$r' \leqslant \Lambda$$

soit, d'après la question A.I.1.b, $\qquad r \geqslant \mathrm{A} - \Lambda$

La fonction $\sin x$ étant croissante sur $[\,0\,;\pi/2\,]$, prenons le sinus de la relation précédente et utilisons le résultat de la question A.I.1.a

$$\sin i \geqslant n\,\sin(\mathrm{A} - \Lambda)$$

$$\frac{1}{n} \geqslant \sin(\mathrm{A} - \Lambda)$$

On en déduit $\qquad \sin\Lambda \geqslant \sin(\mathrm{A} - \Lambda)$

$$\boxed{\mathrm{A} \leqslant k_1\,\Lambda \qquad \text{avec} \qquad k_1 = 2}$$

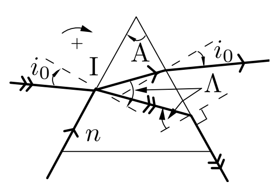
A.I.2.b D'après la question précédente,

$$\sin i \geqslant n\,\sin(\mathrm{A} - \Lambda)$$

L'angle incident vérifie de plus $i \leqslant \pi/2$. On en conclut

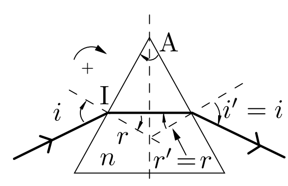
$$\boxed{i_0 \leqslant i \leqslant \frac{\pi}{2} \qquad \text{avec} \qquad i_0 = \mathrm{Arcsin}\,[n\,\sin(\mathrm{A} - \Lambda)]}$$

A.I.2.c Le rayon d'incidence i_0 émerge sous l'angle $\pi/2$ et réciproquement (d'après le principe du retour inverse de la lumière). Le tracé des rayons associés est représenté sur la figure suivante, tracé qualitatif puisqu'on ne connaît pas l'indice du prisme.



A.I.3.a À la déviation minimale, le tracé du rayon lumineux est symétrique par rapport au plan bissecteur de l'angle A du prisme,

$$\boxed{r = r' \qquad \text{et} \qquad i = i'}$$



A.I.3.b D'après la question A.I.1.a, $n = \sin i/\sin r$. En utilisant la question précédente ainsi que la question A.I.1.b, au minimum de déviation,

$$r = \frac{\mathrm{A}}{2} \qquad \text{et} \qquad i = \frac{\mathrm{A} + \mathrm{D_m}}{2}$$