Mines Physique 1 PSI 2005 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Vincent Langlois (ENS Lyon) ; il a été relu par Julien Tailleur (ENS Cachan) et Jean-Julien Fleck (ENS Ulm).

Cette épreuve porte sur les aspects magnétiques, électrocinétiques et énergétiques d'un transformateur :

- dans la première partie, on étudie dans un cas très général le comportement d'un circuit magnétique de transformateur en se fondant sur les propriétés des matériaux ferromagnétiques ;
- la caractéristique du noyau magnétique est ensuite simplifiée dans la deuxième partie, où l'on s'intéresse à un montage complet comportant un transformateur idéalisé et un redresseur ;
- enfin, dans la troisième partie, on aborde les aspects énergétiques du transformateur : conversion de puissance, étude de rendement en présence de pertes fer et pertes Joule.

Le sujet n'est pas très long et les trois parties sont largement indépendantes. Il fait appel à des résultats simples de l'électromagnétisme dans les milieux ferromagnétiques, ainsi qu'à l'électrocinétique, tout en traitant de notions à la limite du programme, notamment la prise en compte des non-linéarités intervenant dans le fonctionnement du transformateur. En revanche, il est dommage que l'énoncé ne propose pas de réel objectif pour chaque partie : il n'y a pas vraiment de progression au fil du sujet.

Ce problème est dans l'ensemble relativement abordable, mais comporte quelques imprécisions ou ambiguïtés, ainsi que de petites erreurs d'énoncé qui peuvent déstabiliser le candidat. En particulier, la formulation du problème dans la deuxième partie est très laconique et nécessite de bien connaître le cours sur les convertisseurs électroniques.

Indications

2 Le schéma de l'énoncé ne donnant pas le sens d'enroulement des bobinages, il faut en choisir un pour appliquer le théorème d'Ampère. De plus, pour obtenir l'expression de ε, il faut que les deux enroulements soient de même sens.

3 C'est en fait la valeur numérique de b_1 pour laquelle le tronçon 2 sature qu'il faut chercher. Pour retrouver la dimension de $\mathcal{R}$, utiliser le fait qu'un flux magnétique est le produit d'une inductance par un courant.

5 La formule trouvée à la question 2 reste valable, mais l'expression de h_1 a changé en raison de la saturation des tronçons 1 et 3.

7 Il faut plutôt tracer la caractéristique pour $|\varphi| \leqslant 8.10^{-3}$ Wb.

9 Le flux magnétique restant le même que celui de la question 8, la force magnétomotrice ε est également inchangée.

12 Utiliser la loi de Faraday pour trouver Φ_a avant de calculer Φ_moy.

14 La moyenne temporelle de $\varepsilon(t)$ est

$$\varepsilon_\mathrm{moy} = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^\mathrm{T} \varepsilon(t)\,\mathrm{d}t$$

Utilisez les expressions de $\varepsilon(t)$ trouvées à la question 13 et scinder l'intégrale suivant l'état (saturé ou non) du transformateur.

15 Montrer que la diode D_1 est non-passante quand l'interrupteur commandé est passant. Le courant i_s est donc celui délivré par le générateur de courant quand T_1 est fermé.

Un montage redresseur agit comme un convertisseur entre une source alternative et une charge continue. Le générateur de courant doit donc être continu.

18 Développer i_p en série de Fourier pour calculer la puissance moyenne. Utiliser ensuite le fait que

$$\int_0^\mathrm{T} \cos(\omega t)\cos(k\omega t + \phi_k)\ \ \mathrm{d}t = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{T}}{2}\cos(\phi_1) & \text{si } k = 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

19 En l'absence de pertes, le transformateur doit restituer au secondaire toute la puissance moyenne absorbée par le primaire.

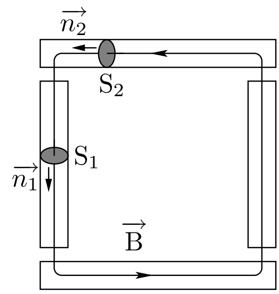
22 La tension fournie au primaire étant très faible devant sa valeur nominale, le flux magnétique et le courant primaire sont négligeables.

1. Étude d'un circuit magnétique

1 La conservation du flux magnétique entre les tronçons 1 et 2 se traduit par

$$\phi_1 = \oiint \overrightarrow{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}}_1 = \phi_2 = \oiint \overrightarrow{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}}_2$$

On peut tracer une des lignes de champ dans le circuit magnétique, sachant qu'elles sont supposées être parfaitement canalisées par celui-ci. Avec les conventions d'orientation du schéma,



$$\phi_1 = \oiint \overrightarrow{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}}_1$$

Comme le champ magnétique est supposé uniforme dans chaque segment du circuit, dans le tronçon 1 on a

$$\overrightarrow{\mathrm{B}} = b_1 \overrightarrow{n_1}$$

Et par conséquent
$$\phi_1 = b_1 \oiint \overrightarrow{n_1} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}}_1 = b_1 \mathrm{S}_1$$

En faisant de même pour le flux à travers le tronçon 2, on obtient finalement

$$\boxed{b_1 \mathrm{S}_1 = b_2 \mathrm{S}_2}$$

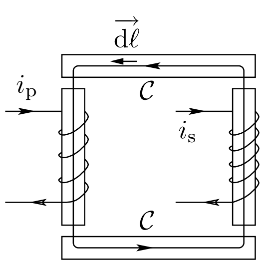
2 Dans un milieu magnétique, le théorème d'Ampère relie la circulation du champ excitation magnétique $\overrightarrow{\mathrm{H}}$ au courant enlacé :

$$\oint \overrightarrow{\mathrm{H}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}\ell} = \mathcal{I}_{\text{enlacé}}$$

> Le sens d'enroulement des bobinages n'est pas indiqué par l'énoncé ! Il est par conséquent impossible d'appliquer rigoureusement le théorème d'Ampère. Pire encore, si le sens d'enroulement n'est pas le même sur les deux bobines, on ne peut pas trouver la relation demandée. Il faut donc faire soi-même une hypothèse sur l'orientation. L'incertitude sur le signe n'aura cependant pas de conséquence sur la suite puisque la caractéristique $b(h)$ du matériau est symétrique.

On calcule la circulation de $\overrightarrow{\mathrm{H}}$ sur la courbe $\mathcal{C}$ orientée dans le sens trigonométrique et on suppose que les bobines sont enroulées dans le même sens, comme l'indique la figure suivante. Les tronçons étant identiques deux à deux, on a $h_3 = h_1$ et $h_4 = h_2$. L'intensité enlacée par la courbe $\mathcal{C}$ est alors

$$\mathcal{I}_{\text{enlacé}} = \mathrm{N_p} i_\mathrm{p} - \mathrm{N_s} i_\mathrm{s} = \varepsilon$$



Le champ $\overrightarrow{\mathrm{H}}$ est partout parallèle à l'élément de longueur $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ définissant la courbe $\mathcal{C}$ et, avec la convention choisie, orienté dans le même sens. Par conséquent, le théorème d'Ampère se traduit par

$$\boxed{\oint_{\mathcal{C}} \overrightarrow{\mathrm{H}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}\ell} = 2\ell_1\, h_1 + 2\ell_2\, h_2 + 4e h_\mathrm{e} = \varepsilon}$$

3 D'après le résultat de la question 1, le champ magnétique dans le tronçon 2 est $b_2 = b_1 S_1/S_2 < b_1$ (car $S_1 < S_2$). Ce matériau commence donc à saturer quand

$$b_1 \frac{S_1}{S_2} = B_{sat}$$

soit
$$\boxed{b_1 = B_{sat}^{(2)} = \frac{S_2}{S_1} B_{sat} = 1{,}5 \text{ T}}$$

> L'énoncé n'est pas très clair quand il mentionne la valeur de « b » : en effet, celle-ci n'est pas uniforme dans le circuit magnétique. Ainsi, le champ magnétique dans le tronçon 2 quand celui-ci sature est bien sûr $b_2 = B_{sat}$. Il faut alors comprendre que la question porte sur le champ imposé par la tension primaire, c'est-à-dire b_1.
>
> Les valeurs numériques données par l'énoncé manquent de cohérence, comme souvent, quant au nombre de chiffres significatifs. La plupart des données en comportent deux, mais certaines applications numériques fournies par l'énoncé en ont trois ou un seul ! Pour les applications numériques demandées, nous en donnerons deux, sauf mention contraire.

Le rapport $A = B_{sat}/H_{sat}$ est le coefficient de proportionnalité entre le champ magnétique B et l'excitation magnétique H en régime linéaire. Ainsi, par définition

$$\boxed{\text{A est la } \textbf{perméabilité magnétique} \text{ du matériau.}}$$

4 Si $0 \leqslant b \leqslant B_{sat}^{(1)}$, aucun des tronçons n'est saturé. On peut donc écrire

$$b_1 = A h_1 \qquad \text{et} \qquad b_2 = A h_2$$

De plus, on a dans l'entrefer, c'est-à-dire dans l'air, $b_e = \mu_0 h_e$. La formule de la question 2 devient alors

$$\varepsilon = \frac{2\ell_1\, b_1}{A} + \frac{2\ell_2\, b_2}{A} + \frac{4e\, b_e}{\mu_0}$$

Or, par définition, $b_1 = \varphi/S_1$. D'après la question 1, on a aussi, d'une part, $b_e = b_1$, et d'autre part

$$b_2 = b_1 \frac{S_1}{S_2} = \frac{\varphi}{S_2}$$

D'où finalement
$$\boxed{\varepsilon = 2\varphi \left(\frac{\ell_1}{AS_1} + \frac{\ell_2}{AS_2} + \frac{2e}{\mu_0 S_1} \right)}$$

Par conséquent, la réluctance équivalente du circuit peut s'écrire

$$\mathcal{R} = \frac{2\ell_1}{AS_1} + \frac{2\ell_2}{AS_2} + \frac{4e}{\mu_0 S_1}$$

Sachant que $\varepsilon = N_p i_p - N_s i_s$ est un courant et que $\varepsilon = \mathcal{R}\varphi$, la dimension de la réluctance est

$$[\mathcal{R}] = \frac{I}{[\varphi]}$$

Or on sait qu'une inductance est homogène à un flux divisé par un courant, ainsi

$$\boxed{[\mathcal{R}] = \left[\frac{1}{L}\right]}$$

La réluctance magnétique a bien la dimension de l'inverse d'une inductance : c'est pourquoi elle s'exprime en H^{-1}.

Application numérique :
$$\boxed{\mathcal{R} = 1{,}37.10^5 \text{ H}^{-1}}$$