X Physique 1 MP 2001 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Vincent Fourmond (ENS Ulm) ; il a été relu par Stéphane Ravier (ENS Lyon) et Fabien Guérin (École Polytechnique).

Ce sujet porte sur les accélérateurs linéaires de particules. Il est assez complet et permet de tester ses connaissances en électronique non linéaire (les diodes), en mécanique (avec la deuxième partie), notamment les études au voisinage d'un point d'équilibre (même si cela n'est pas présenté comme tel) et en électrostatique et magnétostatique dans la dernière partie.

Dans une première partie, on étudie l'accélérateur le plus simple possible, et en particulier, la façon de l'alimenter en haute tension – ce qui pose problème. La deuxième partie porte sur l'accélérateur de Wideroë, qui nécessite des tensions moins grandes, et enfin, la dernière partie nous présente un accélérateur linéaire proche de celui de Wideroë, mais pour des particules de vitesse supérieure.

Indications

Première partie

I.1 Ne pas chercher à expliciter les forces, mais utiliser la conservation de l'énergie mécanique.

I.5.b Utiliser les relations de conservation établies aux questions précédentes pendant une période complète pour relier Q_n et Q'_n à Q_{n+1} et Q'_{n+1}.

I.5.c Montrer que lorsque t tend vers $+\infty$, Q est constante sur une période. En déduire que Q' tend elle aussi vers une constante.

Deuxième partie

Faire bien attention, dans toute cette partie, au fait que les tubes sont reliés alternativement à la borne + et à la borne − du générateur !

II.1 Utiliser le fait qu'on est en régime quasistatique, que la boîte est parfaitement conductrice, et négliger les trous.

II.2 Trouver la relation sur $t_{n+1} - t_n$ pour que la particule voie toujours la même différence de potentiel entre chaque tube.

II.3.c Utiliser le même raisonnement qu'à la question I.1.

II.4.b Raisonner en exprimant l'énergie en keV.

II.4.c Montrer qu'il suffit que ${v_{n+1}}^2 - {v_n}^2$ soit conservée pour avoir synchronisme.

II.5 Distinguer les cas $\phi_0 \geqslant \dfrac{\pi}{2}$ et $\phi_0 < \dfrac{\pi}{2}$.

II.6.b Utiliser la question précédente.

II.6.d Calculer le temps de parcours dans le tube n en fonction de ε_n. En déduire $\alpha_{n+1} - \alpha_n$.

II.6.e Montrer que (**2**) peut s'écrire, au deuxième ordre près,

$$\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n = \frac{e\mathrm{U}_0}{mv_0}\,(\sin\alpha_n - \sin\phi_0)$$

et dériver (**3**) par rapport à n.

II.6.f Vérifier simplement que l'équation différentielle sur $\alpha(n)$ peut se mettre sous la forme : $m\,\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}n^2} = -\dfrac{\mathrm{dW}(\alpha)}{\mathrm{d}\alpha}$.

II.6.g Raisonner sur le potentiel du point matériel équivalent à α.

Troisième partie

III.1 Considérer que les cylindres coaxiaux sont, de plus, infinis.

III.2 Utiliser le théorème d'Ampère et se servir de la question précédente.

III.3 Pour l'inductance, se rappeler que l'énergie stockée par une bobine est $L\dfrac{I^2}{2}$.

III.7 Montrer que l'énergie emmagasinée dans le circuit est constante et vaut $C\dfrac{{U_0}^2}{2}$.

I. Accélérateur électrostatique

I.1 Puisque la seule force qui s'applique sur les particules dérive d'un potentiel, on peut utiliser la conservation de l'énergie mécanique.

On a $$\mathrm{E}_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{et} \quad \mathrm{E}_p = e\mathrm{U} \quad \text{(où U est le potentiel électrique)}$$

et $$\Delta\mathrm{E}_m = \Delta\mathrm{E}_c + \Delta\mathrm{E}_p = 0$$

d'où $$\Delta\mathrm{E}_c = -\left(\mathrm{E}_{p\mathrm{B}} - \mathrm{E}_{p\mathrm{A}}\right)$$

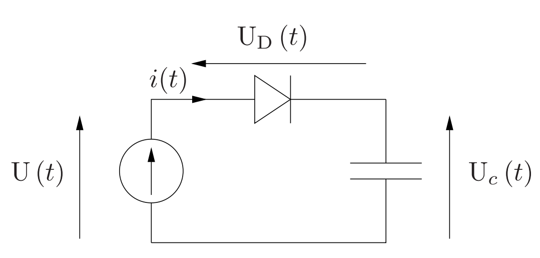
c'est-à-dire $$\boxed{v_\mathrm{B} = \sqrt{\frac{2\,e\,\mathrm{U}_\mathrm{AB}}{m} + {v_\mathrm{A}}^2}}$$

A.N.

$v_\mathrm{B} = 1,2.10^7\ \mathrm{m.s^{-1}}$	pour un proton
$v_\mathrm{B} = 1,0.10^6\ \mathrm{m.s^{-1}}$	pour un ion césium

I.2 Comme c'est la tension U_AB qui est imposée (et non le champ), modifier la forme des armatures modifie certainement le champ, mais pas le bilan d'énergie. Le résultat reste donc le même.

> Cette question permet de se rendre compte qu'il valait mieux utiliser le théorème de l'énergie cinétique, plutôt que de calculer le champ et les équations du mouvement, qui sont délicats à calculer pour des armatures quelconques.



I.3.a Montrons qu'à $t = 0$, D est nécessairement passante. Pour cela, supposons D bloquée à $t = 0$. Alors, tant que D est bloquée, $i(t) = 0$.

Or $$i = \mathrm{C}\,\frac{\mathrm{dU}_c}{\mathrm{d}t}$$

Donc $$\mathrm{U}_c = \mathrm{C^{te}} = \mathrm{U}_c\,(t=0) = 0$$

Or $\mathrm{U}\,(t)$ croît et $\mathrm{U}\,(t=0) = 0$

donc $$\mathrm{U_D}(t) = \mathrm{U}\,(t) - \mathrm{U}_c\,(t) = \mathrm{U}\,(t) > 0$$

Ce qui implique D passante, d'où une contradiction.