Centrale Physique MP 2001 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Grégoire Deback (ENS Lyon) ; il a été relu par Pierre Flauder (ENS Lyon) et Stéphane Ravier (ENS Lyon).

Ce sujet traite des miroirs hautement réfléchissants ; il fait intervenir des notions d'optique et, surtout, d'électromagnétisme.

La partie I permet d'introduire simplement le principe de mesure du coefficient de réflexion des miroirs d'une cavité résonante. Elle ne demande pas de lourds calculs.

Les parties II et III sont en grande partie axées sur l'électromagnétisme et la résonance, et comportent une analogie simple avec l'électronique. Il s'agit d'effectuer les calculs permettant de comprendre l'utilisation des miroirs à pouvoir réflecteur élevé dans les cavités résonantes.

La partie IV permet de comprendre comment un atome dans une cavité résonante peut arrêter un faisceau laser, ceci permettant la réalisation d'expériences d'électrodynamique. Elle fait appel à une analogie mécanique avec le couplage d'oscillateurs harmoniques.

Enfin, la dernière partie ouvre sur la problématique de la réalisation de bons miroirs.

Indications

Partie I

I.D Penser à faire apparaître une exponentielle et non un terme en puissance de R.

I.E Faire un développement limité de $\tau_{\mathrm{d}1}$. Regarder la puissance parvenant au détecteur.

I.G Pour retrouver le résultat autrement, on peut remarquer que l'énergie présente dans la cavité ne peut être dissipée qu'en sortant soit en direction du détecteur, soit en direction du laser.

Partie II

II.C.4 On peut utiliser, pour chaque onde plane progressive monochromatique, la relation

$$\underline{\mathrm{B}} = \frac{\overrightarrow{k}}{\omega} \wedge \underline{\overrightarrow{\mathrm{E}}}$$

en faisant attention au sens du vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$.

Partie III

III.A.2 Ne pas oublier que l'aller-retour dans la cavité fait apparaître un terme supplémentaire de déphasage.

III.A.5 Même indication que pour la question II.C.4.

III.C.2.b La courbe obtenue étant une gaussienne, il faut penser à la largeur à mi-hauteur.

III.C.3.c Faire un développement au deuxième ordre en $\dfrac{\Delta\Omega}{\Omega_0}$.

III.C.4.b Opérer de la même manière qu'à la question III.C.2.a., en faisant un développement limité.

III.D.1 Penser au temps nécessaire pour exciter la cavité.

III.E.1 Comme la pression est faible, on peut assimiler les gaz à des gaz parfaits.

III.E.3 On peut remarquer que R est utilisé uniquement pour trouver l'énergie dissipée lors d'un aller-retour dans la cavité.

I. Mesure impulsionnelle dans une cavité non résonante

I.A Comme $\mathrm{R} + \mathrm{T} = 1$, on en déduit que toute l'intensité lumineuse reçue par le miroir est soit transmise, soit réfléchie (pas d'absorption). Cette relation traduit la conservation de l'énergie.

Les impulsions étant nettement séparées, leur durée τ est très petite devant le temps d'un aller-retour entre les deux miroirs. Cet aller-retour correspond à une distance $2\,\mathrm{L}$ et à une durée $2\,\mathrm{L}/c$. Par conséquent,

$$\boxed{\tau \ll \frac{2\,\mathrm{L}}{c}}$$

I.B Le détecteur reçoit les impulsions après chaque intervalle de temps $2\,\mathrm{L}/c$. Ainsi,

$$\boxed{t_n = \frac{2\,\mathrm{L}}{c}\,n \qquad \text{avec} \qquad n \in \mathbb{N}}$$

I.C À chaque transmission, la puissance transmise est multipliée par T. Donc, après la traversée des deux miroirs, l'onde incidente a une puissance multipliée par T^2 :

$$\mathrm{W}_0 = \mathrm{W}_{\mathrm{inc}}\,\mathrm{T}^2$$

Chacune des impulsions suivantes a subi deux réflexions supplémentaires, d'où

$$\mathrm{W}_n = \mathrm{W}_0\,\mathrm{R}^{2n}$$

ou encore
$$\boxed{\mathrm{W}_n = \mathrm{W}_{\mathrm{inc}}\,\mathrm{T}^2\,\mathrm{R}^{2n}}$$

I.D Si l'on reprend le résultat de la question I.B, on obtient :

$$n = \frac{c\,t_n}{2\,\mathrm{L}}$$

D'où, en remplaçant n dans l'expression de $\mathrm{W}_{\mathrm{inc}}$ trouvée à la question I.C :

$$\mathrm{W}_n = \mathrm{W}_{\mathrm{inc}}\,\mathrm{T}^2\,\mathrm{R}^{2\frac{c t_n}{2\mathrm{L}}}$$

soit
$$\mathrm{W}_n = \mathrm{W}_{\mathrm{inc}}\,\mathrm{T}^2 \exp\left(\frac{c\,t_n}{\mathrm{L}}\ln \mathrm{R}\right)$$

d'où
$$\boxed{\mathrm{W}_n = \mathrm{W}_0\,\mathrm{e}^{-t_n/\tau_{\mathrm{d1}}} \qquad \text{avec} \qquad \tau_{\mathrm{d1}} = -\frac{\mathrm{L}}{c\,\ln \mathrm{R}}}$$

τ_{d1} est le temps caractéristique de la décroissance de l'énergie lumineuse. Il est bien positif, puisque $\mathrm{R} < 1$.

I.E R étant voisin de l'unité, il est légitime de donner une formule approchée pour τ_{d1} :

$$\tau_{d1} \simeq \frac{L}{c\,(1-R)}$$

Alors $$\boxed{R = 1 - \frac{L}{c\,\tau_{d1}}}$$

A.N. $$R = 1 - \frac{0,39}{3.10^8 \times 2,13.10^{-6}}$$

donc $$\boxed{R = 0,9994}$$

Le miroir utilisé est donc extrêmement réfléchissant. Cependant, cela pose un problème majeur. En effet, on a

$$W_0 = W_{inc}\,(1-R)^2$$

donc, dans ce cas, $$\frac{W_0}{W_{inc}} = 4.10^{-7} \ll 1$$

Il faut, par conséquent, utiliser des lasers très puissants pour obtenir en sortie du dispositif des impulsions détectables.

I.F D'après la question I.E $$\boxed{R = 1 - \frac{L}{c\,\tau_{d1}}}$$

L'incertitude relative sur R s'obtient en sommant les dérivées logarithmiques :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta\tau_{d1}}{\tau_{d1}}$$

On effectue l'application numérique en prenant $L = 39$ cm, $\Delta L = 0,2$ m et $\Delta\tau_{d1}/\tau_{d1} = 0,01$:

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,015$$

Par conséquent, le coefficient de réflexion a une valeur comprise entre 0,992 et 1. R ne peut avoir plus de **deux chiffres significatifs** et on ne peut conserver que la valeur $R = 0,99$.

I.G Soit W_{tot} l'énergie totale reçue par le détecteur au cours d'une expérience. Alors, compte tenu de $R < 1$,

$$W_{tot} = \sum_{n=0}^{\infty} W_n = W_0 \left(\sum_{n=0}^{\infty} R^{2n}\right) = W_0\,\frac{1}{1-R^2}$$

Or $$1 - R^2 = (1+R)(1-R) = (1+R)\,T$$

et $$W_0 = W_{inc}\,T^2$$

donc, finalement, $$\boxed{W_{tot} = W_{inc}\,\frac{T}{1+R}}$$