Centrale Physique 1 PC 2000 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Patrick Charmont (ENS Lyon) ; il a été relu par Nathanaël Schaeffer (ENS Lyon) et Jean-Yves Tivenez (ENS Lyon).

Cette épreuve propose d'étudier différents aspects de la microscopie, par des méthodes différentes et pour observer des objets de tailles différentes.

Dans la première partie, on étudie en détail un microscope optique et on fait une comparaison avec un microscope électronique. La deuxième partie est purement mécanique : on étudie la déformation d'une poutre soumise à son poids et à une force extérieure, ce qui sera repris dans la troisième partie pour l'étude du microscope à sonde locale. La dernière partie est assez vaste ; elle fait appel à quelques notions d'atomistique, d'électromagnétisme et de thermodynamique.

Indications

- I.B Soigner le schéma : tous les calculs géométriques s'y voient bien.
- I.C.1 Penser à la condition pour avoir des interférences constructives.
- I.C.6 S'aider du réseau.
- II.A.1 Bien se rappeler qu'un couple est un moment indépendant du point.
- II.A.2.c Penser à faire des D.L. au premier ordre.
- II.B.1 Tout découle d'un D.L. de θ au premier ordre.
- II.B.2.d Prendre garde aux nombreuses conditions limites sur les dérivés de η.
- III.C.4 L'équation de d'Alembert se démontre de la même façon que pour les ondes sonores.
- III.C.5 Bien se rappeler de l'expression du travail d'un générateur dans un circuit électrique : $\delta \mathrm{W} = u\mathrm{d}q$.
- III.D.1.c Il y a une bizarrerie dans l'énoncé, il faudrait lire $\mathrm{H} = 100\beta_0$ plutôt que $\mathrm{H} = 100\mathrm{S}$.
- III.D.2.d Prendre garde à l'orientation des axes.

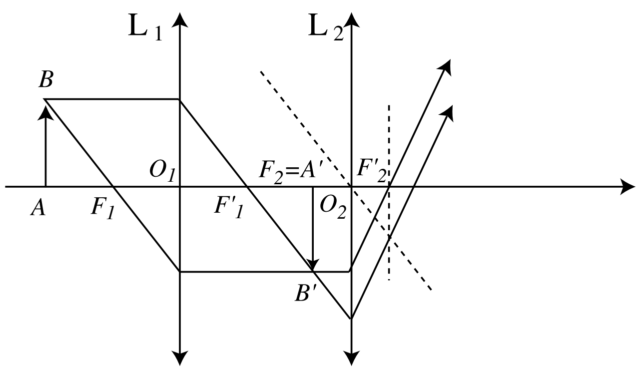
Téléchargé gratuitement sur www.Doc-Solus.fr .

I Généralités sur la microscopie

I.A Un globule sanguin a un diamètre de l'ordre de 10 μm (10^{-5} m), une structure cristalline (maille élémentaire) a une taille de l'ordre de 10^{-9} m, et un atome est caractérisé par l'angström (10^{-10} m). En définissant un pouvoir de résolution $\mathrm{R} = \dfrac{x}{\Delta x}$ par analogie avec le pouvoir de résolution d'un spectromètre ($\mathrm{R} = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$) on prend pour Δx la taille de l'objet observé, et pour x une longueur caractéristique (par exemple 1 m), ce qui permet de comparer les microscopes entre eux :

- microscope optique $\mathrm{R} = 10^5$;
- microscope électronique $\mathrm{R} = 10^9$;
- microscope à sonde locale $\mathrm{R} = 10^{10}$.

I.B.1 Notons L_1 la lentille de l'objectif, et L_2 celle de l'oculaire (on doit avoir $\mathrm{F}_2 = \mathrm{A}'$ pour obtenir une image à l'infini).



I.B.2.a Un petit objet placé à une distance δ de l'œil sera vu sous l'angle :

$$\alpha = \frac{\mathrm{AB}}{\delta}$$

et à travers l'oculaire, s'il est placé au foyer objet (image à l'infini) :

$$\alpha' = \frac{\mathrm{AB}}{f_2'}$$

d'où
$$\mathrm{G} = 10 = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\delta}{f_2'}$$

et
$$\boxed{f_2' = \frac{\delta}{10} = 2,5 \text{ cm}}$$

Téléchargé gratuitement sur www.Doc-Solus.fr .

I.B.2.b On a $\Delta = \text{F}'_1\text{F}_2 = 16$ cm. En notant A′ l'image de A à travers l'objectif, on a forcément $\text{A}' = \text{F}_2$, pour que l'image donnée ensuite par l'oculaire soit à l'infini. D'où $\gamma_1 = 40 = \dfrac{\text{A}'\text{B}'}{\text{AB}} = \dfrac{\Delta}{f'_1}$ (triangles semblables : le théorème de Thalès permet d'écrire : $\dfrac{\text{O}_1\text{H}}{\text{O}_1\text{F}'_1} = \dfrac{\text{A}'\text{B}'}{\text{F}'_1\text{F}_2}$ et on a $\text{O}_1\text{H} = \text{AB}$.)

et $$\boxed{f'_1 = \frac{\Delta}{40} = 4 \text{ mm}}$$

Le grandissement étant aussi $\gamma_1 = \dfrac{\overline{\text{O}_1\text{A}'}}{\overline{\text{O}_1\text{A}}}$, on a $\text{O}_1\text{A} = \dfrac{\text{O}_1\text{A}'}{40} = \dfrac{f'_1 + \Delta}{40}$

soit $$\boxed{\text{O}_1\text{A} = 4,100 \text{ mm}}$$

I.B.2.c L'œil peut voir des objets situés entre δ et l'infini. En notant

$$\text{A} \xrightarrow{\text{L}_1} \text{A}' \xrightarrow{\text{L}_2} \text{A}''$$

on avait A″ à l'infini précédemment. En plaçant A″ tel que $\overline{\text{F}'_2\text{A}''} = \delta$, on a

$$\overline{\text{F}'_2\text{A}''} \cdot \overline{\text{F}_2\text{A}'} = -(f'_2)^2 \Longrightarrow \overline{\text{F}_2\text{A}'} = \frac{(f'_2)^2}{\delta}$$

d'où $$\overline{\text{F}'_1\text{A}'} = \overline{\text{F}'_1\text{F}_2} + \overline{\text{F}_2\text{A}'} = \Delta + \frac{(f'_2)^2}{\delta}$$

et $$\overline{\text{F}'_1\text{A}'} \cdot \overline{\text{F}_1\text{A}} = -(f'_1)^2 \Longrightarrow \overline{\text{F}_1\text{A}} = -\frac{(f'_1)^2}{\overline{\text{F}'_1\text{A}'}} = -(f'_1)^2 \left(\Delta + \frac{(f'_2)^2}{\delta}\right)^{-1}$$

Finalement, $$\overline{\text{O}_1\text{A}} = \overline{\text{O}_1\text{F}_1} + \overline{\text{F}_1\text{A}} = -f'_1 - (f'_1)^2 \left(\Delta + \frac{(f'_2)^2}{\delta}\right)^{-1}$$

soit $$\boxed{\text{O}_1\text{A} = 4,098 \text{ mm}}$$

La latitude de mise au point est donc extrêmement faible si l'œil de l'observateur est fixé en F'_2. On peut aussi en conclure que la profondeur de champ est de l'ordre du micromètre.

I.B.2.d L'angle sous lequel on voit l'objet à travers l'oculaire est (voir schéma)

$$\alpha'' = \frac{\overline{\text{A}'\text{B}'}}{f'_2}$$

D'où $$\text{G} = \frac{\alpha''}{\alpha} = \frac{\overline{\text{A}'\text{B}'}}{f'_2} \times \frac{\delta}{\overline{\text{AB}}} = \frac{\overline{\text{A}'\text{B}'}}{\text{AB}} \times \frac{\delta}{f'_2} = \frac{\Delta}{f'_1} \times \frac{\delta}{f'_2}$$

soit $$\boxed{\text{G} = 400}$$

> C'est le produit du grossissement de l'oculaire par le grandissement de l'objectif.

Téléchargé gratuitement sur www.Doc-Solus.fr .

I.B.3 En approximant l'indice de l'air à 1, on a

$$\omega_0 = n \sin u = \sin u = 0,65$$

d'où
$$\boxed{u = 0,71 \text{ rad} = 40,5\ ^\circ}$$

L'angle est beaucoup trop grand pour que le microscope soit utilisé dans les conditions de Gauss. En pratique, on utilise un système secondaire pour ramener les rayons dans les conditions de Gauss, afin de supprimer d'éventuelles aberrations géométriques.

En notant D le diamètre de l'objectif, on a aussi :

$$\tan u = \frac{\mathrm{D}/2}{f_1'}$$

d'où
$$\mathrm{D} = 2 f_1' \tan u$$

soit
$$\boxed{\mathrm{D} \simeq 6,8 \text{ mm}}$$

I.B.4 Cherchons l'image de O_1 à travers L_2.

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}} = \frac{1}{f_2'}$$

Or
$$\overline{\mathrm{O_1O_2}} = f_1' + \Delta + f_2'$$

d'où
$$\frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1'}}} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{\overline{\mathrm{O_2O_1}}} = \frac{1}{f_2'} - \frac{1}{\overline{\mathrm{O_1O_2}}} = \frac{1}{f_2'} - \frac{1}{f_1' + \Delta + f_2'}$$

soit
$$\boxed{\overline{\mathrm{O_2O_1'}} = 2,88 \text{ cm}}$$

Le cercle oculaire est donc à $3,8$ mm du foyer de l'objectif. En plaçant l'œil à cet endroit, on récupère tous les rayons issus de l'objet, donc on a une meilleure luminosité.

Pour calculer le diamètre D' du cercle oculaire, on utilise le grandissement de L_2 :

$$\gamma = \frac{\mathrm{D}'}{\mathrm{D}} = \frac{\mathrm{O_2O_1'}}{\mathrm{O_2O_1}}$$

d'où
$$\mathrm{D}' = \mathrm{D}\frac{\mathrm{O_2O_1'}}{\mathrm{O_2O_1}} \sim 1 \text{ mm}$$

En prenant un oculaire de grossissement élevé, on diminue f_2' donc on éloigne la position du cercle oculaire. En mettant naturellement l'œil proche de l'oculaire, on n'aura pas une luminosité maximale (sans compter qu'un angle α'' trop élevé ne vérifiera plus les conditions de Gauss) et on fait augmenter D' donc l'œil ne peut plus collecter toute la lumière.

Téléchargé gratuitement sur www.Doc-Solus.fr .