



## **1/ REMARQUES GÉNÉRALES :**

Le problème proposé portait sur l'étude de quelques propriétés de polynômes de Legendre. Il couvrait une partie substantielle du programme d'algèbre : anneaux de polynômes, algèbre linéaire et bilinéaire. Il faut malheureusement signaler qu'un nombre important de copies dénote une méconnaissance assez inquiétante du cours. Citons, par exemple, l'incompréhension du caractère défini positif d'un produit scalaire, ainsi que les propriétés de base des éléments propres d'un endomorphisme. On ne peut que déplorer le niveau extrêmement faible de certains candidats. Ils devraient comprendre que l'on attend d'eux des démonstrations et non des <<conjectures>> et que tout ne se démontre pas par récurrence.

De manière générale, les correcteurs ont apprécié les copies bien présentées, où les résultats démontrés apparaissent clairement après une démonstration bien construite. Un petit nombre de copies s'est révélé de très bon niveau.

## **2/ REMARQUES SPÉCIFIQUES :**

Les candidats ont, pour l'essentiel, traité la première partie, ont abordé la seconde avec plus ou moins de réussite et ont traité quelques questions dans la troisième partie.

Les questions I.1.2 et I.2.3 mettent malheureusement en évidence, une connaissance très imparfaite, voire fantaisiste, du cours de base.

On remarque aussi, dans de nombreuses copies, l'usage inconsidéré de faux raisonnements par récurrence à savoir des démonstrations que les candidats veulent absolument voir comme des récurrences alors qu'ils n'utilisent pas l'hypothèse de récurrence.

Certains candidats se précipitent sur les questions calculatoires afin de glaner des points <<faciles>>. Encore faudrait-il que les calculs soient justes, ce qui est loin d'être toujours le cas. Savoir calculer sans s'essouffler dès la première ligne de calcul fait aussi partie des capacités requises qui sont évaluées par ce type d'épreuve.

### Partie I

I.1 Les erreurs proviennent souvent soit d'une incompréhension du cours soit d'oublis partiels (caractère <<endo>>, caractère défini positif d'un produit scalaire).

I.2 En général, les candidats trouvent les polynômes  $U$  et  $V$  mais certains n'arrivent pas à en déduire le caractère autoadjoint de l'endomorphisme.

Dans la question I.2.3, les confusions entre polynôme unitaire et polynôme normé sont trop fréquentes. Beaucoup de candidats font semblant de croire qu'une base de l'espace des polynômes de degré inférieur ou égal à  $n$  est toujours formée d'une famille de polynômes de degrés échelonnés. La question I.2.4 n'est que partiellement traitée.

I.2.5 La détermination des racines de polynômes, pourtant simple, pose des problèmes à de trop nombreux candidats.

## Partie II

II.1 De trop nombreux candidats veulent faire une démonstration par récurrence totalement inutile ici.

II.3 Peu de candidats traitent convenablement cette question et ceux qui montrent que  $\mu_n$  est strictement positif sont très rares.

II.4-II.5 Beaucoup ont vaguement saisi l'idée d'une démonstration mais très peu la finalisent.

## Partie III

III.1 Cette question est assez généralement bien traitée.

III.2 Cette question aussi est assez largement traitée par les candidats.

La suite du problème, plus difficile, est assez décevante à l'exception des questions III.4.2 et III.4.3 qui n'étaient, somme toute, que des corollaires faciles des questions précédentes. Certains l'ont vu et ont ainsi gagné des points.