

1.2 – épreuves écrites

1.2 A - MATHÉMATIQUES I - filière MP

I- LE SUJET

Il s'agit de montrer que toute matrice carrée à coefficients complexes s'écrit sous la forme Ae^A .

Le problème porte sur une partie significative du programme d'algèbre linéaire et sur une partie du programme d'analyse.

Les notions suivantes jouant un rôle important : limites, équivalents, algèbre linéaire, rang, espaces propres, espaces caractéristiques, endomorphismes nilpotents, matrices semblables, déterminants, polynôme caractéristique, etc.

II. LES RESULTATS OBTENUS

L' énoncé comprend de nombreuses questions accessibles aux élèves faibles et moyens. Un petit nombre d'excellents candidats ont presque tout fait, réalisant ainsi une très bonne performance. La longueur du problème est bien adaptée à l'épreuve.

Il semble donc au jury que cette épreuve a permis de classer correctement les candidats par ordre de mérite.

La moyenne générale est de 9,53. L'écart type est supérieur à 4,3

III. COMMENTAIRE DETAILLE

Nous allons indiquer quelques erreurs ou maladroresses fréquemment commises.

Question 1. Cette question est faite dans quasiment toutes les copies, et à part des problèmes de réciproque dans de rares cas, bien faite.

Question 2. On trouve beaucoup d'erreurs: limites non justifiées, voire fausses, quand il y a une tentative de justification, elle consiste presque toujours à prendre l'exponentielle d'un équivalent

Question 3. Cette question est en général bien traitée, sauf en ce qui concerne l'oubli massif du cas particulier $z = 0$.

Question 4. A priori ce résultat est très classique, mais la rédaction est imprécise dans beaucoup de copies.

Question 5. Cette question s'est avérée sélective. Certains candidats oublient de renverser l'ordre des termes de la base et d'autres prétendent que deux matrices de même rang sont semblables, faisant la confusion classique entre semblables et équivalentes.

Question 6. De nombreux candidats se limitent souvent à l'inversibilité, traitée de façon matricielle, la même méthode n'étant pas très utilisable pour la nilpotence. Pour ceux qui prennent la bonne méthode pour montrer la nilpotence, il reste deux difficultés : penser à montrer que l'ordre de nilpotence est $n-1$ et non pas seulement inférieur ou égal à $n-1$, puis utiliser l'inversibilité des matrices et pas simplement qu'elles sont non nulles, le produit de deux matrices pouvant être nul sans que l'une ou l'autre le soit.

Question 8. Cette question est assez souvent sautée, elle est réussie dans un nombre non négligeable de copies mais la rédaction est très inégale.

Question 9. Question peu traitée.

Question 10. Cette question ressemble beaucoup à la question 5, donc ceux qui n'ont pas pensé à inverser l'ordre des vecteurs de base sont à nouveau en échec, pour les autres la question ne pose pas de difficulté.

Question 11. Question finalement assez facile, et souvent bien traitée.

Questions 12 et 13. C'étaient les plus difficiles du problème. Les très bons candidats s'y sont illustrés.

Question 14. La rédaction de la récurrence est souvent très décevante, mais cela est sans doute dû à la fatigue.

Question 15. La justification de l'égalité $\alpha_i = \dim F_i$ est rarement donnée.

Question 16. Quelques candidats parviennent à faire la synthèse.

IV) RECOMMANDATIONS AUX FUTURS CANDIDATS

Il est préférable de commencer par lire tranquillement la totalité du sujet pour assimiler les notations et comprendre de quoi il retourne.

Il est très important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.

A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape. En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser ceux des candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part, de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

De plus, nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer nettement qu'ils en admettent le résultat pour la suite.

Tout acte d'honnêteté est très apprécié. En revanche, toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante.