



1/ CONSIGNES GÉNÉRALES :

L'objet du problème était d'expliciter la valeur en x d'une fonction (notée ψ) définie par une intégrale. L'épreuve couvrait une large partie du programme d'analyse : séries entières, formes différentielles, intégrales à paramètre, intégrales doubles. Elle permettait de tester l'aisance des candidats aussi bien sur des techniques simples d'utilisation d'inégalités que sur l'utilisation de théorèmes évolués utilisant par exemple la convergence dominée. Il faut noter la grande difficulté, pour nombre de candidats, à traiter des questions, a priori simples en début d'épreuve, sur la dérivation d'une fonction composée ou sur la notion de parité, alors que par la suite ils se révèlent capables de traiter assez correctement des questions mettant en œuvre des théorèmes très évolués.

2/ REMARQUES SPÉCIFIQUES :

Partie I

[I.1] Dans cette partie, certaines questions reçoivent des réponses qui ne sont que des affirmations sans preuve ou des justifications parfois incomplètes ou surprenantes.

L'imparité de la fonction f doit être démontrée et non affirmée. La dérivée n^{e} de $\exp(-x^2)$ devient trop souvent $(-2x)^n \cdot \exp(-x^2)$. Sur l'existence de p_n et son degré une récurrence apparaît trop peu souvent : trop de candidats se contentent de la qualifier d'immédiate ou de vérifier l'hypothèse sur 3 ou 4 rangs et de conclure par « ainsi de suite ».

L'existence de l'intégrale généralisée $\int_0^\infty e^{-t^2} dt$ est très rarement démontrée correctement : le caractère localement intégrable (continuité) est presque toujours omis. De plus, trop de candidats semblent croire qu'une fonction qui tend vers 0 à l'infini est intégrable sur \mathbb{R}^+ . Enfin, faut-il le rappeler, $1/t^2$ n'est pas intégrable en 0.

[I.2] Le développement en série entière de l'exponentielle est connu de presque tous les candidats mais beaucoup trop ne justifient pas correctement l'intégrabilité terme à terme de la série obtenue. En particulier, trop de candidats affirment la convergence normale de la série sur tout \mathbb{R} . Le calcul de $p_n(0)$ est très rarement mené à bien.

[I.3] Cette question est plutôt réussie. Cependant, on aboutit souvent aux inégalités demandées sur les intégrales sans démontrer que celles-ci existent : c'est pénalisant. Il faut noter aussi la manipulation d'inégalités sans se préoccuper du signe des quantités utilisées.

Partie II

Au début de la partie II, les notions de formes différentielles et d'intégrales curvilignes semblent gêner de nombreux candidats alors qu'elles sont au programme.

[II.1] L'inégalité $\cos(2bt) \exp(-t^2) \leq \exp(-t^2)$ ne suffit évidemment pas à justifier l'intégrabilité de $\cos(2bt) \exp(-t^2)$. La suite de cette question n'est que rarement abordée. Cependant, certains s'y essaient avec succès et concluent correctement, creusant ainsi un écart significatif avec les autres.

[II.2] Les hypothèses des théorèmes principaux d'intégration (continuité, dérivabilité, ...) sont souvent énoncées et semblent bien connues des candidats. Malheureusement, beaucoup se contentent de les énoncer sans vérifier qu'elles sont applicables ou ne les vérifient que partiellement (le problème en 0 pour φ est passé inaperçu). Les valeurs absolues sont trop souvent oubliées. Beaucoup de candidats voient la nécessité de se placer sur un compact pour la dérivabilité et les correcteurs les en félicitent.

[II.3-II.4] Le changement de variables qui permet de conclure n'est pas vu par beaucoup. L'équation différentielle que l'on doit résoudre en II.4 est trop souvent ignorée alors que c'est un exercice facile que l'on pouvait traiter en conservant le paramètre α si on n'avait pas su le calculer en II.3.

Partie III

La partie III est abordée très largement et souvent avec un certain succès. En particulier, dans III.2 la limite de $J_p(x)$ est souvent explicitée.

[III.1] Cette question est traitée par une majorité de candidats et c'est bien.

Les taux de succès sur la suite du problème chutent assez vite après la question III.2 mais quelques candidats réussissent à finir le problème.

De manière générale, les correcteurs ont apprécié les copies bien présentées où les résultats apparaissent clairement à la fin d'une démonstration bien construite et complète.

Un petit nombre de copies s'est révélé tout-à-fait remarquable.