

**Composition de Mathématiques A, Filière MP
(XLC)**

**Rapport de MM. Alexandre BORITCHEV, Jérôme FEHRENBACH,
Olivier MARCHAL et Yannick PRIVAT, correcteurs.**

L'épreuve portait sur l'étude de certains endomorphismes du sous-espace vectoriel de \mathbb{C}^Z formé des suites à supports finis.

Peu de questions étaient difficiles en soi mais en revanche un certain nombre d'entre elles nécessitait une rédaction soignée ainsi que des arguments précis pour justifier la réponse.

La moyenne générale est de 8,91, et une dizaine de candidats a obtenu la note 20.

$0 \leq N < 4$	121	7,30 %
$4 \leq N < 8$	568	34,26 %
$8 \leq N < 12$	651	39,26 %
$12 \leq N < 16$	247	14,90 %
$16 \leq N \leq 20$	71	4,28 %
Total	1658	100 %
Nombre de copies : 1658		
Note moyenne : 8,91		
Écart-type : 3,64		

Comme les années précédentes (en ce qui concerne l'épreuve de Maths A de l'Ecole Polytechnique), nous ne pouvons que constater un manque de rigueur dans la rédaction. Les quantificateurs ne sont pas toujours utilisés correctement, l'argument clé dans une question est trop souvent éludé. Nous avons également déploré dans de nombreuses copies des imprécisions et/ou confusions sur certaines parties du cours de deuxième année.

Ceci peut expliquer des notes moyennes pour des candidats qui ont traité un grand nombre de questions mais dont les démonstrations étaient incomplètes ou imprécises surtout concernant les questions les plus faciles.

Examen détaillé des questions

1a. Cette question n'a pas posé de difficultés particulières.

1b. La linéarité et la stabilité n'ont pas posé de problèmes.

2. La plupart des candidats ont traité correctement cette question.

3a. De trop nombreuses copies ne vérifient que la liberté (ou le caractère générateur) et invoquent un argument de dimension qui n'est pas correct en dimension infinie.

3b. Ce calcul a été en général bien mené.

4. Le sens direct a été en général bien traité, le sens réciproque est souvent rédigé de façon trop peu rigoureuse ou même oublié. Certains candidats ont également tenté une démonstration par équivalence mais qui s'est avérée inexacte à certains endroits. Dans cette question, le traitement des indices négatifs méritait d'être évoqué et traité convenablement. Cette problématique s'est retrouvée dans certaines autres questions de l'examen.

5. Cette question n'a pas posé plus de difficultés que la question précédente. D'une façon générale pour ces premières questions, la qualité ainsi que la longueur de la rédaction des réponses ont été très variables d'une copie à l'autre. La précision de la rédaction ne nécessitait d'ailleurs pas forcément une longueur démesurée.

6a. Cette question un peu délicate n'a pas toujours été rédigée correctement. Il s'agit de la première question du sujet où l'on a noté de véritables difficultés pour certains candidats.

6b. Très peu de candidats ont répondu correctement à cette question qui était nettement plus difficile que les précédentes.

7a. Cette question a été peu traitée correctement. En dimension infinie il faut vérifier l'inversibilité à droite et à gauche.

7b. Cette question bien que relativement facile n'a été que relativement peu traitée. On note qu'un nombre significatif de candidats ne connaît pas le sens de l'ordre d'un élément dans un groupe.

7c. Cette question a été assez bien traitée.

8a. Trop peu de candidats connaissent les propriétés que vérifient les morphismes d'algèbres. La véritable partie délicate de la question concernait l'injectivité du morphisme d'algèbre canonique visiblement est peu connu des candidats.

8b. Cette question similaire à la précédente n'a été quasiment réussie que par ceux qui avaient réussi la précédente. Nous rappelons aux candidats que des arguments de type "Même démonstration que la question précédente" sans aucune autres explications ne peut constituer une réponse valable.

8c. Bien que similaire aux deux questions précédentes, cette question comportait une difficulté technique supplémentaire dans l'injectivité qui a été traitée convenablement dans

très peu de copies.

9. Dans l'ensemble, cette question très proche du cours a été bien traitée. Toutefois, certains candidats ne semblent pas avoir cerné la question et se sont contentés de démontrer que q^2 est une racine ℓ -ième de l'unité.

10a. Mains candidats ont prétendu que $G_a^\ell = aG_a$. En revanche, les arguments permettant de prouver la diagonalisabilité de G_a semblent assez bien maîtrisés.

10b. Si la majorité des candidats a identifié une matrice compagnon, le calcul des valeurs propres et des vecteurs propres a été conduit de façon variable et souvent de façon brouillonne. Au final peu de candidats ont traité correctement cette question dans son intégralité.

11. Si peu de candidats ont répondu à cette question dans son intégralité, la première partie a généralement été bien traitée mais les arguments concernant l'image ont été parfois approximatifs.

12. Cette question, très proche des questions **4.** et **5.**, a été assez bien traitée.

13. Cette question a été assez bien traitée par la plupart des candidats.

14. Cette question, très proche des questions **4.**, **5.** et **12.**, a été assez bien traitée.

15a.b.c. La périodicité de λ n'a en général posé aucun problème. Il n'en a pas été de même pour la périodicité de μ . La formule de récurrence satisfaite par μ a trop souvent été utilisée de façon incorrecte. Enfin, beaucoup de candidats ont affirmé sans justification que les périodes de λ et μ étaient égales à ℓ .

16b. Cette question a été assez bien traitée.

16c. Cette question a posé des difficultés aux candidats. Le véritable problème était ici de montrer que θ_i ne dépendait finalement pas de i mais beaucoup de candidats ne sont pas parvenus à mener les calculs à terme. Nous rappelons aux candidats qu'une matrice diagonalisable n'a pas forcément toutes ses valeurs propres égales comme nous l'avons lu à de multiples reprises.

16d. Pour ceux qui avaient obtenu une formule correcte pour $R(\lambda(0), \mu(0), q)$, la question a été bien traitée.

16e. Pour ceux qui avaient obtenu une formule correcte pour $R(\lambda(0), \mu(0), q)$, la question a été relativement bien traitée.

17a. Une question facile qui a été très bien traitée.

17b. Cette question a été bien traitée par les candidats qui sont arrivés jusque-là.

18. La notion de sous-algèbre n'a pas toujours été maîtrisée, certains candidats ne sachant manifestement pas quoi démontrer.

19. Cette question a été rarement traitée mais ceux qui s'y sont attelés ont plutôt bien réussi.

20a. Peu de candidats ont réussi à exhiber le morphisme et encore moins à prouver l'unicité.

20b. Peu de candidats ont compris ce qui était demandé dans cette question.

21,22,23 Peu de candidats sont arrivés jusqu'à ce stade de l'épreuve qui nécessitait d'avoir bien assimilé les parties précédentes. Néanmoins, on note avec satisfaction l'existence d'une poignée d'excellents candidats ayant réussi malgré la contrainte de temps à aborder avec succès ces questions.