

**Composition de Mathématiques, Filière PC  
(XEULC)**

**Rapport de MM. Stéphane ATTAL, Frédéric BERTRAND et Paul LAURAIN, correcteurs.**

Les notes des candidats se répartissent selon les données du tableau suivant :

|                         |      |        |
|-------------------------|------|--------|
| $0 \leq N < 4$          | 162  | 15,0 % |
| $4 \leq N < 8$          | 645  | 36,0 % |
| $8 \leq N < 12$         | 413  | 29,4 % |
| $12 \leq N < 16$        | 120  | 16,1 % |
| $16 \leq N \leq 20$     | 22   | 3,6 %  |
| Total                   | 1362 | 100 %  |
| Nombre de copies : 1362 |      |        |
| Note moyenne : 7,62     |      |        |
| Écart-type : 3,25       |      |        |

## 1. Commentaires généraux

Les résultats de cette épreuve ont désagréablement surpris les correcteurs. Le sujet, bien que bien structuré et simple dans son préliminaire et ses deux premières parties, n'a été que trop souvent à peine traité.

Par conséquent, les résultats ont été extrêmement décevants et les notes si basses qu'il a fallu fortement remonter les barèmes. Des questions pourtant élémentaires, comme celles posées en préliminaire, ont généré beaucoup de difficultés chez les candidats, des rédactions parfois incroyablement longues et lourdes.

Concernant la présentation des copies. Nous avons vu une explosion du nombre de copies très mal écrites, voire illisibles, raturées sur des pages entières, sans rédaction, sans phrase, uniquement avec des symboles mathématiques. On se moque du correcteur ! Un manque de précision dans la rédaction, l'absence de quantificateurs aux passages cruciaux des démonstrations par exemple, est également à déplorer. Une partie de la note étant consacrée à la présentation et à la rédaction, ce genre de copies ont été systématiquement sanctionnées.

Autre chose, la copie que vous rendez ne doit pas être le lieu de vos réflexions, de vos essais et de vos erreurs : le brouillon est fait pour ça. La copie est un résultat final, réfléchi, rédigé et propre.

Concernant la stratégie. C'est en faisant avec soin les questions un peu difficiles, celles qui demandent un peu de travail, de réflexion ou de calcul, que l'on gagne réellement des points, pas en survolant toutes les questions et en répondant à toutes celles qui sont faciles.

## 2. Préliminaire

Cette partie I entièrement traitée pouvait rapporter 6 points sur 20.

- 1) Une quantité invraisemblable de candidats ignore ce qu'est une norme!
- 2) Cette question, bien qu'extrêmement classique, n'a été résolue que par très peu de candidats.

## 3. Partie I

Cette partie I, si elle était entièrement traitée, pouvait rapporter 4 points sur 20.

- 3) Application directe du théorème énoncé dans le sujet. Correctement traitée par la plupart des candidats.
- 4 a) Cette question, bien que reposant sur l'utilisation d'un argument fréquent de maximalité des solutions, n'a été traité convenablement que par peu de candidats.
- 4 b) Beaucoup de candidats ont vu qu'il suffisait de séparer les variables, peu ont réussi à justifier le changement de variable dans l'intégrale convenablement.
- 4 c) En utilisant la question précédente, il était facile d'obtenir une expression explicite de la solution puis de vérifier qu'elle était définie sur  $\mathbb{R}$  tout entier. Cette question a été globalement bien traitée par une grande partie des candidats.
- 4 d) Question sans difficulté pour tous les candidats ayant résolu la question précédente.

## 4. Partie II

Cette partie II, si elle était entièrement traitée, pouvait rapporter 16 points. Le même argument pouvait être utilisé pour résoudre les premières questions de cette partie. Un nombre inconcevable de candidats pensent que, si deux applications linéaires coïncident en un vecteur, alors elles sont égales, ce qui a rendu leurs raisonnements incorrects!

**5)** Il suffisait d'utiliser plusieurs fois l'unicité des solutions maximales. Très peu de candidats ont réussi cette question.

**6 a)** Seule une poignée de candidats connaît la définition de la classe  $\mathcal{C}^1$  pour une application réelle à valeurs dans un evn réel de dimension finie.

**6 b,c)** Pour obtenir les identités demandées, il suffisait d'utiliser plusieurs fois l'unicité des solutions maximales.

**7 a)** Procéder à un changement de variable dans l'équation différentielle puis d'utiliser l'unicité des solutions maximales.

**7 b)** Utiliser 6)a) pour trouver une équation différentielle du premier ordre vérifiée par les composantes de  $e_A$ , la résoudre en tenant compte de la condition initiale en 0 du 6)b). Généralement mal traitée par les candidats.

**7 c)** Se ramener au cas diagonal avec 7)a), le résoudre avec 7)b) puis en déduire la solution. Plutôt bien traitée.

**8 a)** Lemme de Gronwall. Résultat extrêmement classique dont la démonstration était facile à trouver grâce à l'indication fournie dans l'énoncé. Plutôt bien traitée par les candidats.

**8 b)** Traitée correctement par une poignée de candidats. Plus nombreux sont ceux qui ont réussi à obtenir la majoration pour  $t \in \mathbb{R}^+$ . Il s'agissait pourtant d'une application directe de la question précédente.

**9 a)** Il fallait vérifier deux points : la régularité de la solution proposée et le fait qu'elle soit réellement solution de l'équation différentielle. Le second point a été souvent bien traité alors que le premier a été souvent oublié.

**9 b)** Une question facile mais extrêmement mal traitée par les candidats : former la différence entre les deux solutions pour se ramener à une équation différentielle sans second membre puis utiliser l'unicité de la solution maximale.

**10 a)** Question plus subtile qui nécessitait de recourir à des  $\varepsilon$ . Traitée par peu de candidats.

**10 b)** Application par récurrence descendante de la question 10 a). Cet argument a été trouvée par un nombre certain de candidats.

**10 c)** Question difficile qui n'a été correctement traitée que par une poignée de candidats.

**11 a)** Une question facile qui a pourtant posé des problèmes à trop de monde.

**11 b)** Question plus relevée qui n'a été correctement traitée par quasiment aucun candidat.

## 5. Partie III

Cette partie III, si elle était entièrement traitée, pouvait rapporter 11 points. Même dans des copies qui jusqu'alors étaient correctes apparaissent trop souvent des erreurs grossières sur la manipulation des inégalités : passage d'inégalités entre produits scalaires ou normes de vecteurs à des inégalités sur les vecteurs de  $\mathbb{R}^2$  eux-mêmes !

**12 a)** Argument simple de continuité. Question qui a donné lieu aux erreurs les plus grossières. Rarement bien traitée.

**12 b)** Intégrer l'inégalité obtenue à la question précédente. Question simple assez bien réussie.

**12 c)** La conclusion du raisonnement par l'absurde est trop souvent absente ou manque de précision.

**13 a)** Un certain de candidats ont essayé de grappiller des points avec cette question qui était facile. Il est navrant que parmi eux, si peu soient capables de reconnaître l'équation d'un cercle.

**13 b)** Question assez difficile traitée par une poignée de candidats.

**13 c)** Question qui n'a été correctement traitée par quasiment aucun candidat.

**14 a)** Ne pas oublier de montrer que  $f(0) = 0$ .

**14 b,c,d)** Nous ne détaillerons pas ici la façon dont les candidats ont répondu à ces questions, pour la simple raison que moins de 1% ont écrit quelque chose et le plus souvent pour grappiller des demi-points, ou pour écrire n'importe quoi.