1.2 – épreuves écrites

1.2 A - MATHEMATIQUES I - filière MP

I) <u>LE SUJET</u>

L'objet de ce problème est d'étudier le problème de Dirichlet sur le disque unité du plan complet.

Le sujet met en jeu une grande partie du programme d'analyse. Plus précisément, les notions suivantes jouent un rôle important dans le problème : séries entières, rayon de convergence, séries de Fourier, questions de convergence uniforme, problème d'extremum, intégrales à paramètres, espaces vectoriels normés de dimension infinie.

II) <u>LES RESULTATS OBTENUS</u>

Le problème se révèle un peu trop long pour les candidats mais il comporte suffisamment de questions ouvertes pour mettre clairement en évidence les qualités d'initiative et de réflexion. Les correcteurs ont le plaisir de voir émerger de bons, de très bons candidats et surtout de pouvoir les départager très clairement.

Il semble donc au jury que cette épreuve permet de très bien classer les candidats en fonction de leurs aptitudes et de leurs compétences.

III) <u>COMMENTAIRE DETAILLE</u>

Nous allons indiquer quelques erreurs ou maladresses fréquemment commises.

Question 1. Le rapport du module des coefficients consécutifs de Fourier d'une fonction continue ne tend pas vers un en général.

La série de Fourier d'une fonction continue n'est pas normalement convergente en général. Le Lemme de Lebesgue, qui donne directement que la suite (c_n) est bornée, est peu utilisé.

Question 2. Une série entière ne converge pas normalement en général sur son disque ouvert de convergence. La dérivabilité par rapport à la variable z d'une série entière n'implique pas (sans démonstration !) la dérivabilité par rapport à la variable x.

Le Théorème de dérivation de la somme d'une série de fonctions est souvent ignoré.

Question 3. Souvent traitée, mais avec les mêmes réserves que pour la question 2.

Question 4. Question à priori facile mais trop souvent bâclée.

Question 5. Le jury attend des candidats qu'ils justifient l'interversion série-intégrales....

Question 6. L'étude du signe de $P_z(t)$ pose parfois des problèmes. Il ne faut pas bâcler cette question qui d'ailleurs met en évidence les bons candidats.

Question 7. De nombreux candidats ne voient pas que la difficulté de cette question vient du fait que $P_z(t)$ n'est pas bornée sur le produit cartésien du cercle et du disque unité ouvert.

Question 8. Certains candidats confondent un peu les différentes versions du théorème de Weierstrass.

Question 9. Cette question s'avère sélective et permet au jury de repérer à coup sûr les très bons candidats.

Question 10. Cette question est très peu tentée, pourtant il n'y a rien de difficile si on admet la précédente.

Question 11. Beaucoup de candidats ne réussissent pas à montrer proprement que la fonction élémentaire G est de classe C^2.

Le calcul de l'intégrale demande une prise de recul dont peu de candidats sont capables.

Questions 12 et 13. Les candidats, sans doute fatigués, ont eu du mal à faire la synthèse de la partie A. Le Théorème de Leibniz, permettant de dériver une intégrale à paramètres, est souvent ignoré.

Questions 14, 15, 16, 17, 18. Ces questions sont souvent un peu bâclées. Rappelons que des inégalités entre nombres complexes n'ont pas de sens et qu'une application linéaire n'est pas forcément continue si l'espace de départ est de dimension infinie.

IV) RECOMMANDATIONS AUX FUTURS CANDIDATS

Il est préférable de commencer par lire tranquillement la totalité du sujet pour assimiler les notations et comprendre de quoi il retourne.

Il est très important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.

A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé : le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape.

En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte, d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser ceux des candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.

Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

De plus, nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer nettement qu'ils en admettent le résultat pour la suite.

Tout acte d'honnêteté est très apprécié. En revanche toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante.