croit savoir sur le thème et les oeuvres, sans se préoccuper des termes de la formule à prendre en compte : dans un nombre incroyable de devoirs, on ne rencontre même pas les mots « pauvreté » ou « possession ». On préfère réciter une leçon apprise ou empiler des citations, pas toujours exactes ni pertinentes.

Le corpus à étudier reste évidemment essentiel. La question posée n'est jamais générale : elle exige, comme l'indique clairement la consigne, de s'appuyer sur « les trois oeuvres inscrites au programme », en les analysant et en les confrontant. Encore ne suffit-il pas de montrer qu'on les a parcourues hâtivement, au point d'en avoir juste retenu quelques poncifs. Il s'agit bien plutôt de prouver qu'on les a lues de façon assez approfondie et personnelle pour être capable de les étudier dans des perspectives précises, plus fines ou moins attendues. Or, la plupart du temps, on ramène tout le débat à un lieu commun, à une question banale traitée en classe ou à un sujet proposé dans un autre concours : l'argent fait-il le bonheur ? Est-il immoral ? Une société sans argent est-elle possible ?

On se borne alors à gloser maladroitement les textes pour en tirer les arguments les plus étranges. Cléante est cité comme modèle du pauvre. Le capitaine Chave passe aux yeux de certains pour un parangon de sagesse et de vertu. Selon d'autres, Simmel prônerait le mépris de l'argent, à l'imitation des moines bouddhistes ou franciscains. Très souvent, on montre peu de familiarité avec Molière, Zola ou Simmel. Mais on s'autorise d'amples digressions pour parler d'autres auteurs ou d'autres textes que l'on connaît encore moins et dont la convocation, le plus souvent, semble totalement incongrue dans le cadre du sujet à traiter. Dans quelques cas, hélas récurrents, ces vagabondages s'égarent dans la vulgarité la plus condamnable. Les correcteurs ne sont pas encore prêts à inscrire le chanteur Balavoine au panthéon des grands penseurs. Qu'on ne s'y trompe pas : il ne s'agit pas de faire preuve d'érudition, moins encore de vernis mondain. À nos yeux, le programme, tel que le définissent chaque année le thème et le corpus, suffit à nourrir une réflexion convaincante et à fixer pour tous les candidats l'horizon culturel qu'ils doivent être capables d'embrasser pour réussir l'épreuve.

Au-delà de la faiblesse des contenus, ce sont les défauts de méthode et le peu de rigueur dans la pensée qui inquiètent particulièrement. Quelques candidats, très peu au fait des exigences du concours, n'ont pas même l'idée de construire un plan. Beaucoup de ceux qui s'en préoccupent montrent dans ce domaine une certaine impréparation. Sans même songer à raisonner à partir des termes du sujet ni des oeuvres à confronter, ils posent souvent *a priori* une rhétorique factice, caricature de démarche dialectique (« Si l'argent est mauvais, il a quand même de bons côtés. Il faut donc en user prudemment. »). Certains se bornent à juxtaposer des rubriques décousues, sans projet argumentatif clair. D'autres, malgré des approches plus pertinentes, ne parviennent pas à sortir des dilemmes dans lesquels ils ont commencé par s'enfermer, sinon au prix d'incohérences. Par exemple, ils observent très justement que si le riche n'a que des possessions illusoires, le pauvre manque souvent de tout et n'est pas même maître de sa vie. Malheureusement, ils ne savent quoi en déduire, sinon que l'idéal consisterait à établir un équilibre entre richesse et indigence…

Sans compter ceux qui n'analysent aucun concept et raisonnent jusqu'à l'absurde sur la pauvreté, sans distinguer celle qu'on choisit par ascétisme vertueux de celle qu'on subit dans le malheur. Quant à la possession, ils n'imaginent même pas qu'on puisse posséder autre chose que des objets ou de l'argent. La simple lecture du texte à résumer aurait dû suffire à mettre sur la bonne route. C'est bien pour cela que l'épreuve est conçue comme un tout indissociable, le résumé préparant la dissertation qui le prolonge.

Nous avons pu d'autant mieux distinguer quelques excellents candidats, capables, par exemple, de voir comment les trois œuvres permettaient :

- de mesurer les limites de la possession fondée sur la richesse matérielle ;
- de constater que « les vraies richesses » ne sont pas inaccessibles à l'esprit supérieur qui sait ne pas devenir esclave des fausses, voire qui décide d'y renoncer ;
- mais aussi de comprendre que la pauvreté ordinaire prive de la possession de soi-même, de son destin et de sa liberté, biens essentiels que l'argent peut contribuer à préserver faute de pouvoir les acquérir.

Certains seront surpris, après avoir couvert des pages sans prendre le temps de réfléchir, d'obtenir une note très faible. Cela découle pourtant de la simple logique : l'épreuve de rédaction valorise ceux qui possèdent vraiment leur savoir et leur pensée, qui n'essaient pas d'éblouir par de fausses richesses, empruntées puis étalées sans discernement.

Mathématiques

Mathématiques I

Présentation du sujet

Le problème proposait la construction d'une application f continue de $[0,1]$ dans $\mathbb{C}$ dont l'image est le « triangle plein » $\widehat{abc}$ défini comme l'enveloppe convexe des trois points a, b, c de $\mathbb{C}$ et l'étude de quelques unes de ses propriétés.

Dans une première partie, on étudiait des similitudes indirectes connues des étudiants (de terminale S) sans qu'aucune connaissance

Téléchargé gratuitement sur Doc-Solus.fr

spécifique soit attendue et on les utilisait dans le cadre des espaces vectoriels normés de dimension finie.

Dans une deuxième partie, on construisait l'application f comme limite uniforme d'une suite d'applications continues. Une connaissance sérieuse du cours était requise.

Enfin, dans la troisième partie, on examinait des propriétés de dérivabilité ainsi que des propriétés de la représentation graphique de f.

Analyse globale des résultats

Comme d'habitude, la lecture des copies nous a transportés en terre de contrastes. Le barème établi a permis aussi bien d'étaler les notes en sanctionnant les faiblesses affichées par certains candidats que de valoriser les excellentes copies.

La partie II a révélé les carences en « analyse », la méconnaissance sérieuse des suites de Cauchy et de la convergence normale des séries de fonctions.

La partie III a été l'occasion de faire la différence entre ceux qui connaissent la « partie entière » d'un nombre réel et ceux qui ignorent l'inégalité fondamentale conséquence de sa définition.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Partie I -

Si la question I.A.3) a très rarement été bien traitée, dans les autres questions de cette partie, la continuité a très souvent été affirmée. De petits mots tels que : linéaire en dimension finie, polynôme, théorème de composition… ont été appréciés.

I.A.4) Si l'on pouvait faire le calcul direct pour prouver que l'image de $\widehat{abc}$ par φ est $\widehat{a'b'c'}$ où $a' = \varphi(a), b' = \varphi(b)$ et $c' = \varphi(c)$, nous aurions apprécié une utilisation de la conservation du barycentre par des applications affines.

I.B. De nombreux candidats négligent une partie de la définition de K à savoir K est inclus dans $(\mathbb{R}_+)^3$. L'utilisation des propriétés des applications continues pour montrer qu'une partie est fermée ou compacte, est souvent négligée au profit des caractérisations séquentielles.

La topologie usuelle a été pour de nombreux candidats celle associée à la norme N_2. Surprenant !

I.B.1) La compacité et la convexité sont loin d'être acquises. Pour de nombreux candidats, l'image d'un convexe par une application continue est encore un convexe, ou bien l'image réciproque d'un compact est un compact.

Dans I.B.3) de nombreux candidats ont voulu utiliser le « théorème des segments emboîtés » alors qu'il s'agissait ici de fermés $\mathbb{C}$.

Partie II -

II.3) Souvent traitée sans soin.

II.4) Les correcteurs en ont vu « de toutes les couleurs». Un petit florilège :

- $\| f_{n+1} - f_n \|_\infty \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ implique que la suite (f_n) est de Cauchy ;
- $\| f_{n+p} - f_n \| \leqslant \dfrac{1}{(\sqrt{2})^n} \| f_p - f_0 \|_\infty$ implique que la suite (f_n) est de Cauchy ;
- on montre qu'une suite est de Cauchy sans utiliser des ε jusqu'au bout ;
- on affirme que $(\mathcal{E}, \| \cdot \|_\infty)$ est complet.

La convergence normale de la série de fonctions $\sum (f_{n+1} - f_n)$ a rarement été utilisée.

Pour II.4.b), de nombreux candidats ont voulu, bien inutilement, faire appel au « théorème du point fixe». Nous rappelons que, non seulement il n'y a pas qu'un théorème du point fixe dans le paysage mathématique, mais que celui auquel il semble être fait allusion, est hors programme depuis plus de 13 ans !

Partie III -

De nombreux candidats s'imaginent que si $a_n \leqslant b_n$ alors la convergence de $\sum b_n$ implique celle de $\sum a_n$ et que $\sum r^n$ converge si $r < 1$.

Trop nombreux sont ceux que ne savent pas calculer $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$.

Que dire de ceux qui ne savent pas que $\forall x \in \mathbb{R}, [x] \leqslant x < [x] + 1$.

Nous ne parlerons ni de ceux qui soustraient des inégalités, ni de ceux qui, pour étudier III.A.5) examinent le noyau de f. Vous avez dit prétérition ?

Quelques conseils pour conclure :

- lire des rapports des années antérieures. Il a déjà été rappelé que la règle de d'Alembert n'est pas un « critère » puisqu'il y a un cas douteux ;
- réfléchir aux notions fondamentales : séries numériques, séries de fonctions, critère de Cauchy, … ;

Téléchargé gratuitement sur Doc-Solus.fr

- apprendre à calculer dans le corps des complexes. Par exemple, dans le problème, $\phi_0 \circ \phi_0$ est très souvent faux ;
- éviter, lorsque l'on ne sait pas répondre à une question, de prétendre qu'il y a une erreur dans l'énoncé ;
- éviter les expressions telles que : clairement, immédiatement ; elles ne dissimulent pas l'absence de preuve et agacent les correcteurs pour qui, rien n'est plus clair qu'une bonne démonstration concise articulée par des théorèmes du programme.

Mathématiques II

Présentation du sujet

Le problème propose, dans le cas d'un corps de base réel ou complexe, les preuves des théorèmes de Witt et Cartan-Dieudonné relatifs aux formes quadratiques. Ces deux démonstrations utilisent des techniques communes et font l'objet de la partie IV.

Le cours d'algèbre bilinéaire de deuxième année ayant été fortement allégé ces dernières années, les trois premières parties détaillent les préliminaires utiles. La partie I est ainsi consacrée aux généralités sur les formes quadratiques et introduit les plans hyperboliques ou artiniens. La partie II démarre par l'étude de l'orthogonalité pour une forme bilinéaire. Elle détaille ensuite la complétion non singulière d'un espace quadratique (due à Witt) et s'achève avec la caractérisation des espaces hyperboliques comme espaces quadratiques non dégénérés de dimension 2m contenant un sous-espace totalement isotrope de dimension m. Dans la partie III, on établit les propriétés les plus simples des isométries d'un espace quadratique, puis on étudie plus spécifiquement le cas des espaces hyperboliques.

Le problème utilise abondamment l'algèbre linéaire en dimension finie, centrale en première année de classe préparatoire. Il aborde également la dualité et, bien sûr, les formes bilinéaires.

Le sujet est très long et comporte un certain nombre de questions délicates. Il a permis un large étalement des notes.

Analyse globale des résultats

Le problème demandait une bonne maîtrise des bases de l'algèbre linéaire et bilinéaire. Les résultats sont contrastés, avec une quantité non négligeable de copies faibles ou très faibles. Beaucoup de candidats montrent cependant une compréhension convenable des notions de base et une véritable capacité d'adaptation à un contexte un peu inhabituel.

Les sous-parties I.A, I.B, II.A , II.B et III.A ont été largement abordées ; elles ont permis de classer de manière satisfaisante l'essentiel des candidats. Le reste du problème a eu moins de succès mais a permis de départager les très bons candidats.

Commentaire sur les réponses apportées

Partie I -

La sous-partie I.A et le début de I.B ne présentaient pas de difficulté pour un étudiant ayant honnêtement travaillé son cours. La seule lacune relativement fréquente concerne les identités de polarisation.

Pour ces questions simples et bien comprises quant au fond par une large proportion des candidats, les correcteurs se sont particulièrement attachés à la qualité de la rédaction. Ainsi, en I.A.4, la symétrie de la forme est indispensable pour obtenir le résultat demandé alors qu'en I.B.3 a) on demande la matrice et non pas seulement une liste de coefficients.

Notons une erreur mineure dans la rédaction de l'énoncé : h(x) est à valeurs dans K, pas dans E ; cette inadvertance ne semble pas avoir été une source de gêne véritable.

Les questions I.B.3 c) et d) demandaient un véritable recul. Elles ont été peu abordées, mais largement récompensées le cas échéant. En revanche, I.B.3.e) était facile et n'utilisait pas c) et d).

Partie II -

Les sous-parties II.A et II.B étaient consacrées à la généralisation de résultats bien connus des candidats dans le cas euclidien. La délicate question II.B.5 mise à part, elles n'étaient pas difficiles, mais nécessitaient du soin et une certaine faculté d'adaptation : le phénomène d'isotropie, souligné par II.A.3, est en effet déconcertant au premier abord. Cet ensemble de questions a permis de mettre en évidence les qualités d'assez nombreux candidats. La question II.B.4 ne présentait pas de véritable difficulté mais était posé de façon ouverte et demandait de gérer correctement un système ; elle s'est révélée sélective.

La sous-partie II.C commençait assez simplement. En revanche, la question II.C.2 était délicate ; la récurrence a donné lieu à de nombreuses erreurs de raisonnement et n'a été traitée convenablement que dans une poignée de copies. Pour II.C.3, II.C.4 et II.C.5, il suffisait de comprendre les notions et d'appliquer les résultats précédents.

Téléchargé gratuitement sur Doc-Solus.fr