

Composition d'Informatique (4 heures), Filière MP

Rapport de MM. Jean-Christophe Filliâtre et Hugo GIMBERT, correcteurs.

L'épreuve

Il s'agissait dans ce problème d'étudier plusieurs méthodes pour déterminer le plus proche ancêtre commun de deux noeuds dans un arbre (PPAC). Toutes ces méthodes supposaient un arbre unique donné, de taille n , sur lequel un pré-traitement pouvait être effectué. La **partie I** proposait une méthode simple, de pré-traitement en $O(n)$ et de réponse en $O(n)$ également. La **partie II** ramenait le problème du PPAC à celui du plus petit élément contenu dans le segment d'un tableau défini par deux indices. Une solution par programmation dynamique était alors proposée, de pré-traitement en $O(n \log n)$ et de réponse en $O(\log n)$. La **partie III** contenait deux questions sur les représentations en binaire des entiers, en prélude à la **partie IV**. Cette quatrième partie étudiait alors le cas particulier du PPAC dans un arbre binaire complet, avec un pré-traitement en $O(n)$ et une réponse en $O(1)$. Enfin la **partie V** montrait comment ramener le problème du minimum du segment à celui du PPAC, les deux problèmes s'avérant donc équivalents.

Remarques générales

Les notes des 762 candidats français se répartissent selon le tableau suivant, avec une moyenne de 9,37 et un écart-type de 4,24. Le nombre de notes éliminatoires, c'est-à-dire inférieures à 2, est de 18.

$0 \leq N < 4$	73	9,6 %
$4 \leq N < 8$	240	31,5 %
$8 \leq N < 12$	240	31,5 %
$12 \leq N < 16$	148	19,4 %
$16 \leq N \leq 20$	61	8,0 %
Total	762	100 %
Nombre de copies : 762		
Note moyenne : 9,37		
Écart-type : 4,24		

En ce qui concerne la programmation, presque toutes les fonctions demandées pouvaient être écrites en moins de 10 lignes. Les candidats doivent être conscients du fait qu'une réponse longue doit être expliquée en détail et que très souvent un programme très long contient un grand nombre d'erreurs. Pour obtenir la note maximale, il était nécessaire de traiter le problème en entier.

Commentaire détaillé

Pour chaque question, sont indiqués entre crochets la moyenne de la question sur 20 ainsi que le pourcentage de candidats ayant obtenu la note 0 (que la question ait été traitée ou non). De nombreuses questions étaient notées de manière binaire ou ternaire, sur la base de 0/100% ou 0/60/100%.

Partie I

Question 1 [8,7 - 49%]. Cette première question a été relativement mal traitée. Certains candidats ont abusivement supposé que la numérotation des noeuds allait en croissant dans la liste des fils, ce qui n'était nullement impliqué par l'hypothèse (P).

Question 2 [13,3 - 23%]. L'idée a été trouvée par la majorité des candidats mais sa réalisation a été très souvent émaillée d'erreurs d'inattention (confusion entre i et j , comparaison au sens large plutôt que strict, etc.). Beaucoup de candidats ne prennent apparemment pas la peine de tester leur solution sur l'exemple fourni au début du sujet.

Question 3 [14,3 - 23%]. De multiples solutions étaient envisageables pour cette question. L'hypothèse abusive quant à la numérotation des nœuds a parfois été retrouvée dans cette question également.

Partie II

Il est à noter que l'énoncé de cette partie contenait une erreur : la méthode proposée ne permet pas de répondre en temps constant, comme indiqué, mais seulement en temps $O(\log n)$. Les correcteurs en ont tenu compte dans la notation et, autant qu'ils ont pu en juger, aucun candidat n'a été gêné par cette erreur.

Question 4 [17,3 - 12%]. Cette question a été correctement traitée par une très grande majorité de candidats, clairement rompus à ce genre d'exercice.

Question 5 [8,8 - 48%]. Cette question a été relativement bien comprise, notamment en ce qui concerne la méthodologie, à savoir un parcours d'arbre s'apparentant à celui de la question 1. Il y avait toutefois une difficulté supplémentaire, consistant à intercaler le père dans le parcours, ce qui semble avoir gêné beaucoup de candidats. Des solutions élégantes ont été cependant proposées, comme celle consistant à effectuer des appels récursifs en supprimant progressivement les fils.

Question 6 [6,2 - 55%]. La majorité des candidats a bien visualisé ce qu'est un parcours eulérien. En revanche, peu de candidats ont fourni une démonstration rigoureuse.

Question 7 [15 - 21%]. Il s'agissait d'une question très facile à laquelle les candidats ont répondu de manière décevante, en oubliant notamment de vérifier que $\log_2(1) = 0$, ce qui était sévèrement sanctionné.

Question 8 [7 - 50%]. La plupart des candidat a fourni une réponse de mauvaise complexité en utilisant trois boucles imbriquées. D'autre part, beaucoup de candidats ont confondu inégalités strictes et larges.

Question 9 [2,3 - 79%]. De très rares candidats ont correctement traité cette question. La plupart a oublié le cas d'égalité $i = j$ et/ou a tenté de n'utiliser qu'un seul élément de la matrice M (alors qu'il en fallait deux).

Question 10 [11,0 - 24%]. Cette question a été relativement bien traitée, bien que beaucoup de candidats ont oublié de trier les deux arguments passés à la fonction **minimum**.

Partie III

Les candidats ne semblent pas très à l'aise avec la représentation binaire des entiers et les opérations de décalage associées.

Question 11 [15,4 - 18%]. La fonction demandée était exactement la même que la fonction \log_2 de la question 7. Certains candidats l'ont remarqué, ce qui constituait évidemment une bonne réponse. Il y avait également d'autres solutions, notamment en utilisant les fonctions de décalage.

Question 12 [5,0 - 66%]. Très peu de candidats ont répondu sans erreur à cette question, pourtant assez simple.

Partie IV

Question 13 [7,0 - 56%]. Cette question demandait beaucoup de rigueur, quelle que soit la démarche adoptée. Les réponses les plus rigoureuses ont presque toujours utilisé une fonction auxiliaire prenant en arguments le chemin, représenté par un entier, et la hauteur.

Question 14 [9,8 - 32%]. L'intuition du sens de k a bien été saisie par la plupart des candidats mais les détails quant à la déduction de $B(a)$ ont été souvent incorrects.

Question 15 [7,6 - 46%]. Cette question fait suite à la question 14. Les candidats ayant bien traité la question 14 ont généralement bien traité la question 15, exceptés ceux n'ayant pas réussi à réaliser les décalages nécessaires au calcul de $B(a)$.

Partie V

Question 16 [4,7 - 61%]. Presque tous les candidats ont correctement identifié le pire des cas (un tableau trié) et sa complexité quadratique. En revanche très peu ont prouvé qu'il s'agissait bien là du pire des cas.

Question 17 [3,0 - 77%]. Très peu de candidats ont fourni une réponse correcte. Les solutions basées sur l'indication de l'énoncé étaient souvent meilleures que celles consistant à insérer directement les noeuds dans l'arbre solution. Certains candidats ont ressenti le besoin d'introduire un nouveau type d'arbre permettant la représentation de l'arbre vide. Ce n'était pas nécessaire, en particulier si on suivait l'indication de l'énoncé.

Question 18 [0,5 - 96%]. Il s'agissait d'une question de complexité amortie, que très peu de candidats ont correctement traitée.